

---

# Probabilitat i jocs d'atzar

---

MIRIAM YAMUZA BUENO

Tutor: XAVIER BARDINA I SIMORRA

## RESUM

### Català

---

Per al meu projecte de final de grau d'Estadística Aplicada he escollit el tema de probabilitats<sup>1</sup> en jocs d'atzar, especialment en el joc de la Loteria Primitiva. Com ja sabem, aquest tipus de joc com d'altres, es tracta totalment d'atzar i sort.

Des de sempre la meua família ha jugat a la Loteria Primitiva, i des de fa 5 anys que em vaig aficionar a tenir la meua pròpia butlleta, amb el meus números per jugar cada setmana. La probabilitat és un tema que m'ha semblat sempre molt interessant i en el món de l'Estadística és molt important. I crec que quan es tracta en jocs d'atzar encara s'obtenen més interessos i curiositats.

Va ser quan vaig començar el grau d'Estadística Aplicada que vaig pensar que seria molt engrescador estudiar i calcular la probabilitat que té encertar els números per obtenir premi o la probabilitat que té cada número en sortir en alguna de les sis boles. Després poder comparar aquesta probabilitat amb altres successos de la vida real.

També m'he parat a pensar molt cops si realment existeixen factors que fan que hi hagi més possibilitat de guanyar premi, ja sigui perquè hi ha números que surten més que altres, per què existeix algun tipus de patró més probable, com és el cas de números consecutius o alguna manera de trobar que la nostra esperança de guanyar sigui positiva.

L'altre punt curiós, és veure com es mou el joc i quines curiositats podem obtenir a partir de sortejos reals. M'agradaria saber si els jugadors es regeixen per les supersticions, en quins anys o mesos s'ha jugat més o si varien el nombre d'encertants depenen dels números que surten. Per això, es treballarà a partir d'un total 1.855 dades de sortejos obtinguts des del 1991 fins al 2008 i es buscaran tot aquells factors interessants.

També voldria comprovar si és cert allò de, quan hi ha premi acumulat, hi ha més participants de lo habitual i per tant, hi ha més possibilitats que el premi no quedi buit.

Aquests punts, entre altres que poden anar apareixent al llarg de l'estudi formaran part del projecte.

**Paraules clau:** Loteria, Premi, Guanyador, Probabilitat, Aposta, Encertants, Factors, Superstició,

---

<sup>1</sup> El càlcul de probabilitats és una part de les matemàtiques que es dedica a calcular la probabilitat que pugui ocórrer un determinat succés, quan es realitza un experiment aleatori

Para mi proyecto de fin de grado de Estadística Aplicada he elegido el tema de probabilidades<sup>2</sup> en juegos de azar, especialmente en el juego de la Lotería Primitiva. Como ya sabemos, este tipo de juego como otros, trata totalmente de azar y suerte.

Desde siempre mi familia ha jugado a la Lotería Primitiva, y desde hace 5 años que me aficioné a tener mi propia boleto, con mis números para jugar cada semana. La probabilidad es un tema que me ha parecido siempre muy interesante y en el mundo de la Estadística es muy importante. Y creo que cuando se trata en juegos de azar todavía se obtienen más intereses y curiosidades.

Fue cuando empecé el grado de Estadística Aplicada que pensé que sería muy interesante estudiar y calcular la probabilidad tiene acertar los números para obtener premio o la probabilidad que tiene cada número a salir en alguna de las seis bolas. Después poder comprar esta probabilidad con otros sucesos de la vida real.

También me he parado a pensar muchas veces si realmente existen factores que hacen que haya más posibilidad de ganar premio, ya sea porque hay números que salen más que otros, por que exista algún tipo de patrón más probable, como es el caso de números consecutivos o alguna manera de encontrar que nuestra esperanza de ganar sea positiva.

Otro punto curioso y estimulante, sería ver cómo se mueve el juego y qué curiosidades podemos obtener a partir de sorteos reales. Me gustaría saber si los jugadores se rigen por las supersticiones, en qué años y meses se ha jugado o si varía el número de acertantes dependiendo de los números que salen. Por eso, se trabajara a partir de un total 1.855 datos de sorteos obtenidos desde 1991 hasta 2008 y se buscarán todo aquellos factores interesantes.

También quisiera comprobar si es cierto aquello de, cuando hay premio acumulado, hay más participantes de lo habitual y por tanto hay más posibilidades de que el premio no quede vacío.

Estos puntos, entre otros que pueden ir apareciendo a lo largo del estudio formarán parte del proyecto.

**Palabras clave:** Lotería, Premio, Ganador, Probabilidad, Apuesta, Acertantes, Factores, Superstición.

---

<sup>2</sup> El cálculo de probabilidades es una parte de las matemáticas que se dedica a calcular la probabilidad de que pueda ocurrir un determinado suceso, cuando se realiza un experimento aleatorio.

## Anglès

---

For my Final year Project I have chosen probability<sup>3</sup> on game of chances, focusing mostly on the Lottery, as we all know it's a game based on probability and luck.

As long as I can remember my family had played Lotería Primitiva, and for 5 years I started to get my own ticket with my own numbers to play every week. Probability has always interested me and in statistics it is very important. Furthermore when you combine game of chances, probability and statistics it all begins to be really interesting.

When I started my degree on statistics I actually thought it could be challenging to calculate the probability to nail the 1st prize or to know which probability has every number to get out of all 6 balls. Then compare these results with other life events.

Also I wondered if there are really any kind of factors that lead to win more often, just because some numbers pop up more than others or because there are some patterns that are more successful, which is the case for consecutive numbers or any way to find out that our hope to win is positive

Another challenging and entertaining note is how the game itself develops and watch for any curiosity that can be observed on real draws. I would like to know if the participants play under superstitions, which months or years they play more, or if the numbers of participants vary depending on the results. That is why I will work of a 1.855 real draws obtained from 1991 since 2008 and I will look for all the interesting factors mentioned above.

Moreover I would like to check if there is accumulated prize pool more people will play and if that leads to less probability on being a blank prize.

All these points and more than can appear when making the project will form part of it.

**Keywords :** Lottery , Prize Winner , Probability , bet, winners , factors , Superstition .

---

<sup>3</sup> Probability is a part of Mathematics that calculates the odds that something will happen when an lab experiment is made.

---

# Probabilitat i jocs d'atzar

---

MIRIAM YAMUZA BUENO

XAVIER BARDINA I SIMORRA

Universitat Autònoma de Barcelona

Treball de Fi de Grau d'Estadística Aplicada

Setembre 2015

# ÍNDEX

## 1 INTRODUCCIÓ

- 1.1 Motivació
- 1.2 Dades i objectius
- 1.3 Metodologia estadística
- 1.4 Validació de la base de dades

## 2 LA LOTERIA PRIMITIVA

- 2.1 Historia de la Loteria Primitiva
- 2.2 Entitats responsables
- 2.3 El joc de la Loteria Primitiva
- 2.4 Tipus de premis
- 2.5 Normativa dels premis
- 2.6 El nou joc: El Joker
- 2.7 El Marc del Joc Responsable

## 3 SI ET TOCA LA LOTERIA PRIMITIVA

- 3.1 Que fer?
- 3.2 Normativa de cobrament
- 3.3 Loteria premiada compartida o invertida
- 3.4 Caducitat o deterioritat de la butlleta
- 3.5 Consells
- 3.6 La superstició

## 4 LA PROBABILITAT

- 4.1 Probabilitat del premi per categoria
- 4.2 Probabilitat del resultat de les boles
- 4.3 Premi mitjà per categoria
- 4.4 Esperança matemàtica
- 4.5 Esperança positiva

## 5 ANÀLISI ESTADÍSTIC I RESULTAT DE LES DADES

- 5.1 Anàlisi descriptiu
- 5.2 Anàlisi principal
  - 5.2.1 Encertants
  - 5.2.2 Combinacions
  - 5.2.3 Recaptació
  - 5.2.4 Premi acumulat
  - 5.2.5 Parells o senars
- i. Informació complementaria
  - a. Probabilitats dels diferents jocs d'atzar
  - b. Top Ten
  - c. Curiositats de la Primitiva a dia d'avui.

## 6 CONCLUSIONS

## 7 ANNEX

### Bibliografia

# 1 INTRODUCCIÓ

## 1.1 Motivació

---

Per al meu projecte de final de grau d'Estadística Aplicada he escollit el tema de probabilitats<sup>4</sup> en jocs d'atzar, especialment en el joc de la Loteria Primitiva. Els jocs d'atzar són jocs on les possibilitats de guanyar o perdre depenen exclusivament de la sort i l'atzar.

En aquest treball el que intento es demostrar amb quins factors seria possible que aquestes les possibilitats no depenguin només d'això.

Pot semblar molt interessant veure quina probabilitat hi ha d'obtenir un dels premis o d'encertar tots els números possibles. També podem buscar el premi mitjà de cada categoria i la probabilitat que té cada número en sortir en alguna de les sis boles. Poder concloure si existeix algun tipus de factor o succés que fa que et pugui tocar, veure quin paper juga en la vida real respecte als jugadors i obtenir curiositats.

Primer de tot es donarà informació d'aquest joc d'atzar; com es juga, les seves normatives, que has de fer si et toca, consells, supersticions, entre altres.

Seguidament, es treballaran les probabilitats que té aquest joc d'atzar i amb les dades dels sortejos obtinguts del 1991 al 2008 obtindrem informació.

L'interès per aquest tema em va sorgir un cop vaig començar el Grau d'Estadística Aplicada i vam realitzar principalment les assignatures de càlcul de probabilitats i dissenys d'experiments. Apreníem a estudiar tot tipus de dades, treure tot el suc e interessos que podien tenir i obtenir probabilitats de que pugues ocórrer un determinat succés en un experiment aleatori en concret.

Les assignatures adquirides en el grau d'Estadística Aplicada que es poden adaptar a les mesures utilitzades en aquest estudi són com he comentat; Càlcul de Probabilitats i Disseny d'Experiments com a principals. Estadística Descriptiva que juga un paper molt important per a l'anàlisi descriptiu de les dades. L'objectiu principal d'aquesta assignatura era el coneixement de les tècniques descriptives i exploratòries aplicades per resumir la informació continguda en els conjunts de dades experimentals, com també l'estudi de l'evolució temporal de les variables i practicar la interpretació dels resultats i de les gràfiques en el context de les dades. Eines informàtiques per a l'Estadística també ens va permetre conèixer i familiaritzar-nos amb els programes estadístics i realitzar els estudis de manera informatitzada. Finalment, mostreig estadístic i Simulació també juguen un paper important per desenvolupar l'interès d'un coneixement i la interpretació dels fenòmens que ens trobem.

---

<sup>4</sup> La probabilitat mesura el grau d'incertesa d'un esdeveniment dintre d'un experiment aleatori.

## 1.2 Dades i objectius

---

Disposem d'una base de dades amb els sortejos de la Loteria Primitiva, des del 1991 fins al 2008, extretes per via web. (referències a la bibliografia [4]). En els primers anys del sorteig des de 1985 no existia la bola de reintegrament, aquesta va ser afegida al juny de 1991, és per això que la base de dades comença a partir del 1991 per tenir dades més completes.

En aquestes dades obtenim la data, amb el dia, el mes i l'any de cada sorteig, el número que va sortir en cada una de les 6 boles, en ordre, el número complementari i el número de reintegrament de cada sorteig. També obtenim el número de butlletes encertants de cada categoria i els euros<sup>5</sup> recaptats en cada categoria. Finalment, trobem la recaptació total en euros de cada sorteig i el premi acumulat en euros<sup>6</sup>, si hi havia.

Amb aquestes dades, el projecte estudiarà com es comporta aquest joc d'atzar de la Loteria Primitiva. Els seus objectius principals són:

- Introduir i explicar de que tracta el Joc de la Loteria Primitiva, la seva historia, quina és la seva normativa i quins passos s'han de seguir si et toca.
- Calcular la probabilitat de guanyar algun dels premis i quin preu mitjà té cada categoria. Veure quina probabilitat té cada número en sortir en alguna de les 6 boles, tenint en compte que estan ordenades de menor a major.
- Veure si hi ha factors que poden repercutir en la decisió d'apostar amb uns números o altres. Una d'aquestes són les supersticions o perquè els jugadors opten per apostar números que són importants per ells, com pot ser les dates d'aniversari.
- Observar quin números surten més que altres o si hi ha cap mena de patró que és repeteixi sovint i perquè. Saber si existeix alguna manera de tenir més possibilitats per guanyar.
- Veure com es mou el joc i quines curiositats es poden obtenir a partir dels sortejos d'any anteriors. Si hi han hagut anys o mesos en que la participació ha sigut més elevada que altre, i per què es degut, ja sigui per la situació econòmica i l'època de l'any.
- Trobar si hi ha sortejos amb més participants que altres i el motiu, entre altres.

---

<sup>5</sup> A la web obtenim pessetes i s'han convertit a euros.

<sup>6</sup> Anomenat 'bote'. Esdevé quan cap dels sortejos de la Loteria Primitiva es queda sense encertants amb dret a premi i aquest fons que anava destinat a aquest dia, passa incrementant el concurs del dia següent, a la mateixa categoria que ha quedat buida. (veure normativa).



### **1.3 Validació de la base de dades**

---

Abans de dur a terme l'anàlisi descriptiu de la base de dades dels 1.855 sortejos del 1991 al 2008, s'han validat les dades per veure que no hi haguessin anomalies ni inconsistències, com ara errors ens les dades de cada variable, amb l'ajuda de la pagina web oficial on trobem tots els sortejos de l'any (referències a la bibliografia [5] ):

Troblem un parell de dades que són atípiques. Principalment els dels dies; 12/05/2001 i 20/10/2005. Al validar les dades es va comprovar que aquestes dades que sortien de la normalitat eren correctes i es quan es va observar que aquestes dues dates tenien un premi acumulat molt alt, per tant, té sentit que aquells dies hi haguessin moltes més recaptacions de lo normal. Pot ser normal trobar-se outliers d'aquest tipus perquè estem treballant amb un joc d'atzar.

## **2 LA LOTERIA PRIMITIVA**

### **2.1 Historia de la Loteria Primitiva**

---

La Loteria Primitiva va néixer per primera vegada durant el govern de Carles III a proposta del Marquès d'Esquilache, amb l'objectiu d'aconseguir més diners per a les arques de l'Estat sense crear un nou impost. El 10 desembre 1763 es va celebrar el primer sorteig, amb un sistema molt similar a l'actual. En aquells temps s'anomenava la Loteria per Números .

En aquell sorteig es van recaptar 187.500 reals, dels quals el 75% es va destinar a premis i la resta va ser per a l'Estat.

En 1812, quan va néixer la modalitat de Loteria en què les butlletes tenien un número imprès, el germen de l'actual Loteria Nacional d'Espanya, a aquesta nova loteria la hi va cridar "Loteria Moderna", mentre que la Loteria per Números va adquirir el nom de Loteria Primitiva. El sorteig de Loteria Primitiva va continuar celebrant fins que el Govern ho va suprimir l'any 1862.

Durant més d'un segle, el sorteig no es va celebrar, fins que va ser recuperat l'any 1985 pel Reial Decret 1360/1985 d'1 d'agost, publicat al BOE<sup>7</sup> del 7 d'agost de 1985.

---

<sup>7</sup> Diario oficial Boletín Oficial del Estado.

## 2.2 Entitats responsables

ONLAE és l'organisme que promou el joc a Espanya. Aquest

L'organisme que promou el joc a Espanya s'anomena ONLAE<sup>8</sup>. Aquest va ser creat al 1985 i es van unificar totes les institucions que gestionaven els jocs, com és el cas de: el Patronato de Apuestas Mutuas Deportivas Benéficas i el Servicio Nacional de Lotería.

ONLAE és una entitat pública empresarial adscrita al Ministeri d'Economia i Hisenda d'Espanya<sup>9</sup> a través de la Secretaria d'Estat d'Hisenda y Pressupostos<sup>10</sup>. Aquesta s'encarrega de gestionar vuit jocs: La Primitiva, Loteria Nacional, El Gordo, La Quiniela, El Quinigol, la Lototurf, La Bonolot, i el Quíntuple Plus, a part de l'Euromillones que també es realitza a vuit països diferents de la Unió Europea.

L'Organització va començar a funcionar el 27 d'abril del 1987 amb la venda de la Loto Ràpid. Els ingressos de les recaptacions es destinen al finançament de serveis socials.

## 2.3 El joc de la Loteria Primitiva

La Primitiva és un joc d'atzar d'apostes regulat per 'Loterías y Apuestas del Estado (ONLAE)' que consisteix en escollir 6 números de l'1 al 49 i un número reintegrant de l'1 al 9 escollit automàticament per una màquina. La Primitiva té la seva pròpia pàgina web oficial anomenada <http://www.loteriasyapuestas.es/es> on s'obté tota l'informació d'aquest joc i es poden veure els sortejos en directe.

Cada aposta val 1 euro, (25 pessetes del 1991 al 1.999 inclòs) i el sorteig es realitza els dijous i dissabtes de totes les setmanes a les 21:00 hores. Es pot jugar al sorteig diari o només participar en un sorteig, si es valida la butlleta de diumenge a dijous, es participa en el sorteig de dijous; si es valida de divendres a dissabte, es juga en el sorteig de dissabte, i al sorteig setmanal per participar en ambdós sortejos.



Imatge 1. Butlletes Loteria Primitiva

<sup>8</sup> Organització Nacional de Loteries i Apostes de l'Estat.

<sup>9</sup> Ministeri encarregat de la gestió dels assumptes econòmics i d'hisenda, sent el responsable de preparar els Pressupostos Generals de l'Estat.

<sup>10</sup> Controlar les Loteries i Apostes de l'Estat, l'Agència Tributària d'Espanya, l'Institut de Crèdit Oficial, l'Institut Nacional d'Estadística, el Tresor Públic i el Catastre.

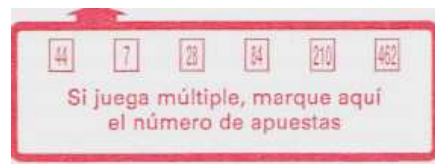
Existeixen 2 tipus d'apostes, la simple i la múltiple. A la simple pots jugar com a mínim 1 aposta i com a màxim 8 en una mateixa butlleta, amb 6 números per aposta. Per jugar una aposta, es marquen sis números en el primer bloc. Per jugar-ne dos, es marquen sis números en el primer bloc i sis en el segon, i així successivament. Cada aposta simple té un import d'1 euro.

Per la múltiple pots jugar més de 6 números en la teva aposta, s'ha de marcar exclusivament en el primer bloc de la butlleta. Com més gran és el nombre de múltiples seleccions, més gran serà l'import de la teva aposta

Les apostes múltiple que es poden jugar són:

- Casella de 44 apostes: seleccionar 5 números en el primer bloc. El conjunt format per cinc números escollits juga amb cadascun dels restants números del bloc, de manera que es formen 44 conjunts de sis pronòstics és a dir, 44 apostes.
- Casella de 7 apostes: seleccionar 7 números en el primer bloc
- Casella de 28 apostes: seleccionar 8 números en el primer bloc.
- Casella de 84 apostes: seleccionar 9 números en el primer bloc.
- Casella de 210 apostes: seleccionar 10 números en el primer bloc.
- Casella de 462 apostes: seleccionar 11 números en el primer bloc.

Cada múltiple determina el nombre d'apostes que cal pagar. A la butlleta ho trobarem a sota a l'esquerra de la següent manera:



*Imatge 2. Butlleta aposta múltiple*

## 2.4 Tipus de premis

---

A la Loteria Primitiva es destina el 55% de la recaptació a premis, que es distribueixen entre les categories de premis següents:

- Categoria Especial<sup>11</sup>: si s'encerten els 6 números de la combinació guanyadora més el número del reintegrament. (6+R)
- Categoria primera: si s'encerten els 6 números de la combinació guanyadora.
- Categoria segona: si s'encerten 5 números de la combinació guanyadora més l'extracció corresponent al número complementari<sup>12</sup>. (5+c).
- Categoria tercera: si s'encerten 5 números de la combinació guanyadora.
- Categoria quarta: si s'encerten 4 números de la combinació guanyadora
- Categoria cinquena: si s'encerten 3 números de la combinació guanyadora.
- Reintegrament: si el número destinat aquest premi coincideix amb el de la teva butlleta.

---

<sup>11</sup> Nova categoria denominada Categoria Especial que entra en vigor a partir del dia 8 novembre 2012.

<sup>12</sup> Nombre adicional que s'extreu en el sorteig amb l'objectiu de donar l'oportunitat de pujar el seu premi a qui ha encertat exactament cinc dels sis números de la combinació guanyadora. Aquest no es tria, és un nombre adicional que s'extreu en el sorteig i que ha de coincidir amb un dels números de la teva combinació , suposant que a més aquesta combinació inclou 5 dels 6 números de la combinació guanyadora . Per tant, només és aplicable a la 2ª categoria de premis.

## 2.5 Normativa dels premis

---

Durant tots aquests anys de la Loteria Primitiva hi ha hagut una sèrie de normes imposades pel 'Real Decreto 1360/1985 i publicades al BOE'. En aquestes s'explica la normativa del joc, quin fons va destinat a premis i com es reparteix, entre altres.

Ens interessa saber la normativa del premis, per això es farà un breu esquema de les normatives d'aquest anys, ja que, han anat variant durant el pas del temps.

(url de les normatives completes a la bibliografia [7] )

### Normativa a partir del 07/08/1985:

Es destina a premis el 55% de la recaptació<sup>13</sup>:

El 55% destinat a premis es distribuïa de la següent manera:

<b>Categoria primera</b>	<b>Categoria segona</b>	<b>Categoria tercera</b>	<b>Categoria quarta</b>	<b>Categoria cinquena</b>
24%	9%	17%	20%	30%

*Taula 1. Distribució de premis 07/08/1985*

### Normativa a partir del 08/08/1991

Es destina a premis el 55% de la recaptació:

- El 45% es destinat a satisfer el premi de les cinc categories:

<b>Categoria primera</b>	<b>Categoria segona</b>	<b>Categoria tercera</b>	<b>Categoria quarta</b>	<b>Categoria cinquena</b>
29%	6%	12%	17%	36%

*Taula 2. Distribució de premis 08/08/1991*

- El 10% restant es destina al fons de premis per reintegrament.

---

<sup>13</sup> Tots els premis són repartits en parts iguals als que en una sola aposta encerten els números necessaris per aquella categoria i que constitueixen la combinació guanyadora.

### Normativa a partir del dia 16/10/2000

Es destina a premis el 55% de la recaptació:

- El 45% es destinat a satisfer el premi de les quatre categories, deduint del mateix import que resulti de multiplicar el número d'apostes acerades de la cinquena categoria pel seu premi fix de 8 euros i els fons restant es distribuirà de la següent manera:

<b>Categoria primera</b>	<b>Categoria segona</b>	<b>Categoria tercera</b>	<b>Categoria quarta</b>
52%	8%	16%	24%

*Taula 3. Distribució de premis 16/10/2000*

- El 10% restant es destina al fons de premis per reintegrament, que es un premi fix de 8 euros per encertant.

### Normativa a partir del 28/09/2012:

Es destina a premis el 55% de la recaptació<sup>14</sup>:

- El 45% es destinat a satisfer el premi de les cinc categories, deduint del mateix import que resulti de multiplicar el número d'apostes acerades de la cinquena categoria pel seu premi fix de 8 euros i els fons restant es distribuirà de la següent manera:

<b>Categoria Especial*</b>	<b>Categoria primera</b>	<b>Categoria segona</b>	<b>Categoria tercera</b>	<b>Categoria quarta</b>
20%	40%	6%	13%	21%

*Taula 4. Distribució de premis 28/09/2012*

- El 10% restant es destina al fons de premis per reintegrament.

*\*Aquesta nova categoria denominada Categoria Especial que entra en vigor a partir del Dia 8 novembre 2012 implica que mentre abans per a la primera categoria de sis el jugador tenia 1 entre 13,9 milions de possibilitats de guanyar si encertava els sis números del sorteig, ara sumant-li el reintegrament, aquestes es multipliquen per deu, pel que passa a 1 entre 139 milions.*

Si cap del concurs, de la Loteria Primitiva es queda sense encertants amb dret a premi de la categoria especial i la primera categoria, el fons que anava destinat a aquest dia, passa incrementant el concurs del dia següent, a la mateixa categoria que ha quedat buida. Això es coneix com a 'bote'. Es per això, que quan hi ha pot, es diu que hi ha més recaptació.

---

<sup>14</sup> Tots els premis són repartits en parts iguals als que en una sola aposta encerten els números necessaris per aquella categoria i que constitueixen la combinació guanyadora.

Si no hagués encertants de la segona o tercera categoria en algun dels concursos de la Loteria Primitiva en el sorteig corresponen, el fons que anava destinat a aquestes s'incrementarà en el de la tercera o quarta categoria respectivament. En el cas que no hi hagués encertants de la quarta, el fons acumulat de les tres, incrementarà igualment la categoria especial del concurs següent.

En cap moment cadascun dels premis d'una categoria inferior pot resultar superior al de les precedents. Si l'import que correspon a cadascun dels encertants d'una categoria fos inferior a les de la categoria següent, el import destinat a premis de les dues categories es sumarà, per repartir en parts iguals entre els encertants de ambdós. Si encara i així els premis de les dues categories a les que afecten resulten una quantitat menor a una altra categoria interior, es sumarà l'import destinat a les tres categories per repartir-lo entre tots els encertants i així successivament.

Reintegrament: Obtindran el premi del reintegrament en la quantitat de l'import jugat en cada concurs, aquells resguards que hagin participat i el número assignat coincideixi amb l'obtingut al atzar al sorteig. A més, el reintegrament serveix per determinar els encertants de la categoria especial.

## 2.6 El nou joc: El Joker

El diumenge 23 de setembre de 2012, es va implementar un nou joc associat a la Primitiva, anomenat Joker. És un joc associat a la Primitiva.set

Cada número del Joker consta de set xifres que es pot sol·licitar voluntàriament i conjuntament només quan jugues a la Primitiva. Per tant igual que a la Primitiva, es pot jugar el dijous i dissabtes i el sorteig es celebra després del sorteig de la Primitiva. L'import de cada número del Joker es d'1 euro i només es pot assignar un únic número aleatori per cada resguard.

Hi han 2 opcions, participar en un sorteig (dijous o dissabte) o participar en els 2 sortejos de dijous i dissabte, el mateix número del resguard serà vàlid per ambdós sortejos i tindrà un import de 2 euros.

Premis:

<b>Categoria primera</b>	<b>Categoria segona</b>	<b>Categoria tercera</b>	<b>Categoria quarta</b>	<b>Categoria cinquena</b>	<b>Categoria sisena</b>
7 xifres	6 últimes xifres	5 últimes xifres	4 últimes xifres	3 últimes xifres	2 últimes xifres
1.000.000€	100.000€	10.000€	1.000€	100€	10€

*Taula 5. Distribució de premis del joc Joker*

Les xifres assignades han de mantindre el mateix ordre que al número assignat com Joker al sorteig corresponen.

## 2.7 El Marc de Joc Responsable

---

El Marc de Joc Responsable s'entén com el conjunt de regles que s'estableixen per garantir que els jocs siguin segurs pel públic i compatibles amb els grups d'interès en general, prestant especial atenció als més vulnerables.

En les seves operacions, la '*Sociedad Estatal y Apuestas del Estado (SELAE)*'<sup>15</sup> tenen un compromís amb el Joc Responsable amb els següents principis:

1. Incorporar mecanismes per evitar l'accés indegut al joc per part dels menors.
2. Fomentar la integritat i la col·laboració en la lluita contra el joc il·legal.
3. Identificar les millors pràctiques pel que fa al joc Responsable.
4. Introduir el Joc Responsable com a part integral de les seves operacions, establint regles cares per tal d'assegurar el compliment de la normativa aplicable i que els interessos dels jugadors i grups vulnerables siguin protegits.
5. Fomentar investigacions i/o estudis per tal de contribuir a la comprensió per la societat de l'impacte social del joc, comunicant els seus resultats als grups d'interès.
6. Proporcionar al públic informació precisa i adequada perquè pugui fer una selecció raonable de les seves activitats de joc, promocionant actituds de Joc Responsable.
7. Facilitar formació i informació, en matèria de Joc Responsable, als empleats de SELAE i implementar programes per als Agents de Vendes.
8. Informar els jugadors i Agents de Vendes pel que fa a centres especialitzats d'Ajuda o Associacions, en cas de joc excessiu.
9. Millora contínua en els seus programes de Joc Responsable.

Les mesures articulades a la web són:

1. Protecció a menors.
2. Accions preventives contra el joc excessiu online
3. Autolimitació de la participació en els jocs.

Els 10 consells per als participants:

1. El joc ha de ser per a vostè. Només una manera d'entreteniment saludable.
2. No oblidi que si juga, també pot perdre.
3. No gastis més diners dels que es pugui permetre.
4. Fixeu-vos un pressupost i no el sobrepassi.
5. Mai demani diners prestats per poder jugar.
6. No jugui per recuperar els diners que ja ha perdut jugant.
7. Modereu el temps que dedica al joc, equilibrant amb les seves altres activitats d'oci
8. No deixeu que el joc interfereixi en la seva professió o en les seves responsabilitats quotidianes.

---

<sup>15</sup> Reordena l'activitat de l'entitat pública empresarial Loterías y Apuestas del Estado (LAE).



9. Recordeu que el joc no és el més important de la seva vida. No deixeu que afecti la seva vida familiar o la relació amb seus amics.
10. Si el joc li produeix estrès, ansietat o problemes de salut, hauria de deixar de jugar.

### 3 SI ET TOCA LA LOTERIA PRIMITIVA

#### 3.1 Què fer?

---

Si s'obté un premi d'alguna categoria que no supera els 600 euros per aposta encertada, es pot fer efectiu al dia següent del sorteig, prestant el reguard de la bulleta en qualsevol establiment de '*Loterias y Apuestas del Estado*'

Si s'ha escollit la modalitat de joc setmanal, tindrem que esperar a que finalitzin els sortejos de la setmana i al dia següent del mateix sorteig, es pot cobrar el premi.

Si s'obté un premi que supera els 600 euros només es pot fer efectiu en les Delegacions Comercials de '*Loterias y Apuestas del Estado*', que hi ha a cada província, al dia següent del sorteig en que es participa la bolleta

Per a quantitats inferiors a 5.000 euros el premi es podrà cobrar a través de qualsevol de les Administracions de ONLAE, si la quantitat supera els 5.000 euros, l'afortunat hauria d'acudir a la 'Delegació Comercial de ONLAE de la seva província, o tramitar el cobrament del seu premi a través de qualsevol de les entitats financeres concertades amb l'ONLAE. S'ha de tenir en compte que aquestes entitats no deuen cobrar cap tipus de comissió o recàrrec, ni obligar-te a obrir cap compte corrent, així com tampoc exigir-te cap contraprestació a canvi d'aquest tràmit o gestió.

#### 3.2 Normativa de cobrament

---

Un cop has estat premiat d'un sorteig de la Primitiva, abans de l'any 2013, el premi d'una bulleta de Loteries de l'estat era lliure d'impostos, encara que s'havia de declarar a la renda a l'any següent.

A partir del dia 1 de gener de 2013, es va aplicar el nou impost a tots els sortejos organitzats per la '*Loterias y apuestas del Estado (LAE)*'; és el cas de, la Loteria Nacional, La Primitiva, Euromillones, Bonoloto, El gordo de la Primitiva, la Quiniela, el Quinigol, Lototurf i Quintuple plus, també a tots els organitzats per les Comunitats Autònomes, els de la Cruz Roja i els de la ONCE. També s'aplicarà als premis de la Unió Europea i d'organismes similars.

Els premis de loteria que ara es sotmeten a tributació<sup>16</sup>, fins el 31/12/2012 estaven exemptes per totes les persones físiques, no per societats. Per tant, a qui li va tocar un

---

<sup>16</sup> La tributació consisteix a realitzar les aportacions que exigeix l'Estat per al finançament de les necessitats col·lectives d'ordre públic. Existeixen tres classes principals de tributs. Els impostos, com l'IRPF o l'IVA, són exigits per l'Estat sense que hi hagi cap.

premi al 2012, de la LEA, ONCE, Cruz Roja, no va haver de pagar ni declarar a la renda, encara que aquest el cobrés al 2013.

Els premis que no superin el límit de 2.500 no es declaren, queden lliures d'impostos i tampoc han de ser declarats al RPF. Els que superin aquesta quantitat, l'import a partir dels 2.500 euros és del 20%. Es a dir, si toca un premi de 22.000 euros, els primer 2.500 euros són exemptes de tributació i de la resta es paga un 20% per tant, en aquest cas es pagarà 3.900 i ens abonaran 18.100 euros pel premi guanyat

L'organisme de loteries es qui ingressa a Hisenda directament l'impost retingut del pagament del premi, es a dir, quan es vagi a cobrar el premi es descomptarà l'import equivalent de l'impost i abonaran la resta de l'import del premi.

Per tant, el guanyador haurà de pagar directament l'impost a Hisenda als premis cobrat dels altres organismes de la Unió Europea, ja que en aquest casos no es descompta l'impost per la entitat pagadora.

### **3.3 Loteria premiada compartida o invertida**

---

Quan el premi es compartit, l'import es divideix pel número de persones que es comparteix. Si el premi es comparteix un cop s'ha cobrat, estarem fent doncs una donació i la seva tributació pot variar depenent de la comunitat autònoma en la que resideixi la persona que rep el diner.

Si el premi el cobra una societat o persona jurídica, ja sigui entitat sense ànim de lucre, cooperatives o qualsevol altre tipus, els premis que es cobren directament no queden exemptes de tributació i s'integren a la seva base imposable<sup>17</sup> de l'impost de Societats, desconnectant-se de la quantitat que resulti a pagar la retenció practicada.

S'ha de tenir en compte que els tipus d'impostos de Societats són majors que la retenció aplicada del premi. Per tant, sempre haurà de pagar més una societat que una persona física, a no ser que sigui una societat amb perdudes, en aquest cas compensarien les perdudes amb l'ingrés del premi i podrà obtenir la devolució de l'impost pagat del 20% de la loteria.

Pel cas dels guanyadors no residents, la entitat guanyadora esta obligada a retenir el mateix percentatge que per la resta de residents o societats, inclús quan aquest premi es exempt per aplicació d'algun conveni per evitar la doble tributació<sup>18</sup>.

---

<sup>17</sup> Magnitud que s'utilitza en cada impost per mesurar la capacitat econòmica del subjecte.

<sup>18</sup> Quan s'apliquen impostos a la renda sobre un mateix fet econòmic.

Si s'inverteix el diner obtingut en un dipòsit bancari a termini fix<sup>19</sup> o qualsevol altre producte d'estalvi, els interessos que s'abonen pel diner invertit tributarà al IRPF als tipus vigents a la actualitat que van des del 21% els primers 6.000 euros fins al 27%.

No obstant, hi ha productes en que la inversió no tributa, com és el cas dels PIAS (Plans Individuals d'Estalvi Sistemàtic) o que inclús desgraven com els pla de pensions, també es pot decidir amortitzar l'hipoteca i deduir el 15% en el cas que es tingui dret a la deducció per vivenda a partir del 2012

### **3.4 Caducitat o deterioritat de la butlleta**

---

Totes les butlletes premiades compten amb un termini de caducitat, que ve indicat al darrere. El període de cobrament establert es comença a comptar de del dia següent a la data del sorteig, passat aquest termini establert es perd el dret a rebre el premi i l'import a cobrar quedaria en benefici al tresor públic<sup>20</sup>. En el cas que l'últim dia del període de cobrament sigues festiu és la localitat en es transmet el pagament, aquest termini s'ampliaria un dia més.

Si la butlleta premiada estigues espatllat o trencat, s'ha de sol·licitar a ONLAE que es comprovesi si la butlleta coincideix amb el número premiat doni autorització per tractar-ho com agraciats.

### **3.5 Consells**

---

Una de les primeres coses que s'ha de fer si et toca la Primitiva es no despertar sospites al teu entorn i ser discret. Si es viu a una ciutat petita o poble, lo millor es buscar assessorament a una ciutat diferent a la que resideixes.

En el cas que es pugui escollir la forma i el moment de cobrar el premi no s'ha de tenir pressa, ja que si es te pensat repartir el premi, et pots estalviar alguns diners dels impostos si identifiquis als altres agraciats en el moment de sol·licitar l'abono. Per tant, s'ha de pensar molt bé.

Un dels consells que donen, es tenir el cap fred. Molt pocs poden mantindre les seves vides inalterades quan són agraciats amb un gran premi. Estadísticament, quatre de cada cinc veu volatitzat el seu premi en molt pocs anys, lo pitjor, es que en general entren en estils de vida o es prenen decisions financeres que poden portar a la ruïna.

La psicologia juga un paper molt important. S'ha d'estar preparat per a que et toqui un gran premi en un lloc d'atzar.

---

<sup>19</sup> Operació financera per la qual una entitat financera, a canvi del manteniment de certs recursos monetaris immobilitzats en un període determinat, reporta un rendibilitat financera fixe o variable, en forma de diners o en espècie

<sup>20</sup> Designa aquells recursos o elements que un Estat ( nacional o regional ) té per fer front a diferents activitats, accions o mesures que busqui dur a terme

El fet de veure't obligat a prendre decisions sobre el que has o no has de fer amb ell implica tenir problemes. Molta gent no està preparada per això.

Per això, la clau és evitar exhibir la riquesa, no canviar massa els hàbits, ni el cercle de relacions i sobretot ser gelós de la confidencialitat de la teva informació financera. D'un altre mode, es pot acabar sent víctima de extorsió, xantatge o víctima d'un robatori. Coses que a la vida anterior poden ocórrer en una probabilitat molt més baixa.

S'ha de ser intel·ligent, no deixar-se portar per la eufòria, pagar les deutes i fer realitat els somnis d'algunes persones que coneixes al teu entorn. D'aquesta manera es serà més feliç, que comprant i acumulant objectes de luxe que no són necessaris.

Disfrutar de la tranquil·litat de tenir un recolzament financer i buscar l'ajuda d'l'assessorament professional, en àmbit fiscal i financer.

### 3.6 La Superstició

---

Per a alguns la sort depèn de la superstició, per això, a través de creences, rituals o amulets intenten atreure-la. Les manies, talismans o fets més supersticiosos són alguns dels factors que esdevenen a l'hora de participar en les Loteries:

Portar un 'talisman'<sup>21</sup> a sobre és una de les supersticions més esteses d'avui dia en quan a tenir sort. Des de una medalla clàssica personal a un trèvol de quatre fulles guardat a la cartera. També es conegut les potes de conill o ferradures i de les famoses estampetes dels sants que tant bona sort diuen que donen.

Una de les tradicions més curioses i que utilitzen els supersticiosos jugadors de la Primitiva és portar un parell de daus quan es participa en els jocs d'atzar, es diu que fa augmentar la probabilitat d'obtenir un bon resultat, ja que és un símbol de bona sort. És més, hi ha qui els fa servir per escollir els números en les apostes.

Sabem que el gat negre per algú supersticiós significa mala sort, doncs en el cas de la loteria passa les butlletes pel llom d'un gat negre vol dir que pot donar sort, per alguns supersticiosos. Com és també passar-lo pel ventre d'una embarassa o a l'esquena d'un geperut. També hi ha qui creu que encenent espelmes de diferents colors, sobretot blanques o daurades atrau a la sort.

A l'hora de comprar el dècims o les butlletes, hi ha manies que es relacionen, des d'entrar amb el peu esquerre a l'administració, passant pels que venen per l'esquerra de l'establiment els dies imparells i per la dreta els dies parells, fins voler que el venedor doni la butlleta amb la mà dreta.

Tenim també els amants de la bruixeria i les ciències místiques que pensem que tots tenim uns números personals per tenir sort en les loteries. És el cas dels '*Números del Destí Personal*', una creença en la numerologia que creu que la suma de la data de naixement d'una persona pot ser el seu número propici per a la sort.

---

<sup>21</sup> Pedra preciosa o semipreciosa o d'or o plata amb alguna forma o figura especial o una inscripció que atribueix un efecte apotropaic o algun altre tipus de poders.

Però no és suficient per a molts, per això també es creu que, a l'hora de jugar, com és en el cas de la Primitiva, les dates més rellevants són els aniversaris per tenir sort, es aquí on contemplarem si realment quan a la Loteria Primitiva surten números alts hi han menys encertants que quan surten números mes baixos.

Les dates històriques també són punts rellevants per als supersticiosos que creuen que l'atzar es relaciona directament amb la història. I fins i tot hi ha qui va més enllà i creu que en els somnis poden trobar els números que els donin la clau d'una combinació guanyadora

#### 4 PROBABILITAT

Amb el consentiment del meu tutor del projecte Xavier Bardina i Simorra i professor del grau d'Estadística Aplicada, introduiré el meu projecte amb un reum de la primera pagina del Tema 1 del llibre: "Càlcul de probabilitats, Xavier Bardina i Simorra, MATERIAL 139, Universitat Autònoma de Barcelona, Servei de Publicacions, Departament de Matemàtiques", on es fa una introducció dels models probabilístics. Penso en aquesta breu introducció es parla d'una sèrie de conceptes molt importants per començar aquest treball.

Segons M. H. DeGroot, els conceptes d'atzar i incertesa són tant antics com la civilització en canvi, la teoria matemàtica de la probabilitat és molt més recent.

Avui en dia, la teoria de la probabilitat és una eina fonamental en molts camps de l'enginyeria, l'administració i les ciències. També és la base teòrica que fonamenta l'estadística. L'estadística és la ciència que s'aplica actualment a casi totes les branques del coneixement.

Un experiment aleatori, és el procés d'obtenir un fenomen, on el seu resultat presenta una variabilitat no controlable encara que, les observacions siguin efectuades repetides vegades en condicions similars. La Loteria Primitiva seria un exemple. Els resultats d'un experiment aleatori s'anomenen esdeveniments.

L'objectiu de la teoria de la probabilitat és la construcció de models matemàtics, anomenats models probabilístics, que descriuen els experiments aleatoris.

L'atzar, que caracteritza els experiments aleatoris pot ser atribuïda, depenen dels casos, pot impossibilitar a l'observador de controlar amb totalitat els factors que influeixen en el fenomen amb precisió absoluta o pot no determinar l'essencial del fenomen.

*En el càlcul de totes les probabilitats dels següents apartats, es treballarà amb els percentatges dels premis de la normativa vigent del 2012.*

*Recordatori:*

<b><i>Categoria Especial</i></b>	<b><i>Categoria primera</i></b>	<b><i>Categoria segona</i></b>	<b><i>Categoria tercera</i></b>	<b><i>Categoria quarta</i></b>
<i>20%</i>	<i>40%</i>	<i>6%</i>	<i>13%</i>	<i>21%</i>

*Taula recordatori: Distribució de premis 28/09/2012*

#### 4.1 Probabilitat del premi per categoria

Calculem la probabilitat de que toqui cada premi. Em de tenir en compte que encertar les 6 boles de les 49 boles que hi ha per escollir més el complementari, sense que importi l'ordre, serà el màxim premi que es pot optar.

Tenim que  $\binom{49}{6}$  on  $\binom{n}{m}$  serà el nombre de combinacions que podem escollir els 'm' elements del conjunt 'n' sense importar l'ordre.

Això és igual a,  $\frac{49!}{6!43!} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{720} = 13.983.816$  nombre de combinacions possibles.

Per tant, la probabilitat de guanyar cada premi és:

Categoria	Probabilitat premi	%
<b>Categoria especial</b>	$P_{6+R} = \frac{6}{49} \cdot \frac{5}{48} \cdot \frac{4}{47} \cdot \frac{3}{46} \cdot \frac{2}{45} \cdot \frac{1}{44} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{139.838.160}$	$7.151 \cdot 10^{-7}$
<b>Categoria primera</b>	$P_6 = \left( \frac{6}{49} \cdot \frac{5}{48} \cdot \frac{4}{47} \cdot \frac{3}{46} \cdot \frac{2}{45} \cdot \frac{1}{44} \right) = \frac{1}{13.983.816}$	$7.151 \cdot 10^{-6}$
<b>Categoria segona</b>	$P_{5+C} = \left( \frac{6}{49} \cdot \frac{5}{48} \cdot \frac{4}{47} \cdot \frac{3}{46} \cdot \frac{2}{45} \cdot \frac{1}{44} \right) \cdot 6 = \frac{6}{13.983.816}$	$4.29 \cdot 10^{-5}$
<b>Categoria tercera</b>	$P_5 = \frac{\binom{6}{5} \binom{42}{1}}{13.983.816} = \frac{42 \cdot 6}{13.983.816}$	$1.802 \cdot 10^{-3}$
<b>Categoria quarta</b>	$P_4 = \frac{\binom{6}{4} \binom{43}{2}}{13.983.816} = \frac{13.545}{13.983.816}$	$9.686 \cdot 10^{-2}$
<b>Categoria cinquena</b>	$P_3 = \frac{\binom{6}{3} \binom{43}{3}}{13.983.816} = \frac{246.820}{13.983.816}$	1,765

Taula 6. Probabilitats del premis per categoria

La probabilitat de que toqui el reintegrament, es pot trobar multiplicant la probabilitat de que no toqui cap premi, ja que en el cas que obtinguem un premi superior, el premi atorgat és el major.

Sumem les probabilitat anteriors i calculem el complementari, aquesta serà la probabilitat de que et toqui el número de reintegrament:

$$P_{\text{Reint}} = 1 - (P_{6+R} + P_6 + P_{5+C} + P_5 + P_4 + P_3) = 1 - 0.0185 = 0.9814 = 9.814 \%$$

La probabilitat de que toqui el reintegrament, com era d'esperar és de casi un 10% ja que, aquest número es posa a l'atzar per la maquina un cop participes i és per això que aproximadament es destina un 10% als premis de reintegrem.

Observem, que les categories superiors són més improbables de que toquin que no pas les d'un premi inferior. És més, la probabilitat de no encertar cap número és molt més alta i per tant molt més fàcil:

$$P_0 = \frac{43}{49} \cdot \frac{42}{48} \cdot \frac{41}{47} \cdot \frac{40}{46} \cdot \frac{39}{45} \cdot \frac{38}{44} = \frac{6.096.454}{4.413.983.816} = 0.436 = 43.6\%$$

Per tant, la probabilitat de guanyar és la mateixa que una entre 14 milions.

Podríem comparar aquesta probabilitat amb un estudi que va realitzar la companyia londinensa, Vanilla Pixel on van desenvolupar una aplicació que analitza i prediu les possibilitats de caiguda que pot tenir un avió. Per calcular les probabilitats que té un avió de caure es van analitzar més de 10 milions de rutes procedents de fonts com l'Oficina d'Accidents Aeris de Ginebra, l'Organització d'Aviació Civil Internacional amb seu a Montreal i el Consell de Seguretat de Transport Nacional de Estats Units. A partir d'aquestes dades es van establir una sèrie d'estadístiques en base a tres variables: el model d'avió, l'aerolínia i els aeroports de sortida i arribada. El resultat de les estadístiques segons el seu propi desenvolupador, Nic Johns diu que si volem en un model Airbus A330 de la companyia aèria Virgin Atlàntic des de l'aeroport de Heathrow a Londres amb destinació a l'aeroport de John Fitzgerald Kennedy a Nova York, les possibilitats que l'avió caigui són una entre 5.000.000.

El mateix esdevé amb la probabilitat de que et caigui un llamp a sobre, aquesta probabilitat és de una entre 3.000.000

Per tant, estem dient que, és més probable que caigui l'avió en el que estàs viatjant o et caigui un llamp a sobre que no pas que et toqui la Primitiva. Si juguéssim a la Primitiva durant 100.000 anys una butlleta setmanal, seria molt complicat encertar les 6 boles una sola vegada.

Si volguéssim saber la probabilitat de que ens toqui la Primitiva un sol cop durant un període de temps es podria trobar amb la següent formula:

$$P_{\text{guanyar}}^n = 1 - \left( \frac{13.983.815}{13.983.816} \right)^{52n}, \quad \text{on } n = \text{número d'anys}$$

## 4.2 Probabilitat del resultat de les boles

També pot ser interessant, saber quina probabilitat té el resultat de una de les boles. Sabent que estan ordenats de menor a major, i que per tant, la bola 1 només podrà anar del 1 al 44, la segona del 2 al 45 i així successivament, ens adonem que estem en un mostreig aleatori simple sense reposició on cada bola té la mateixa probabilitat de sortir que les demés.

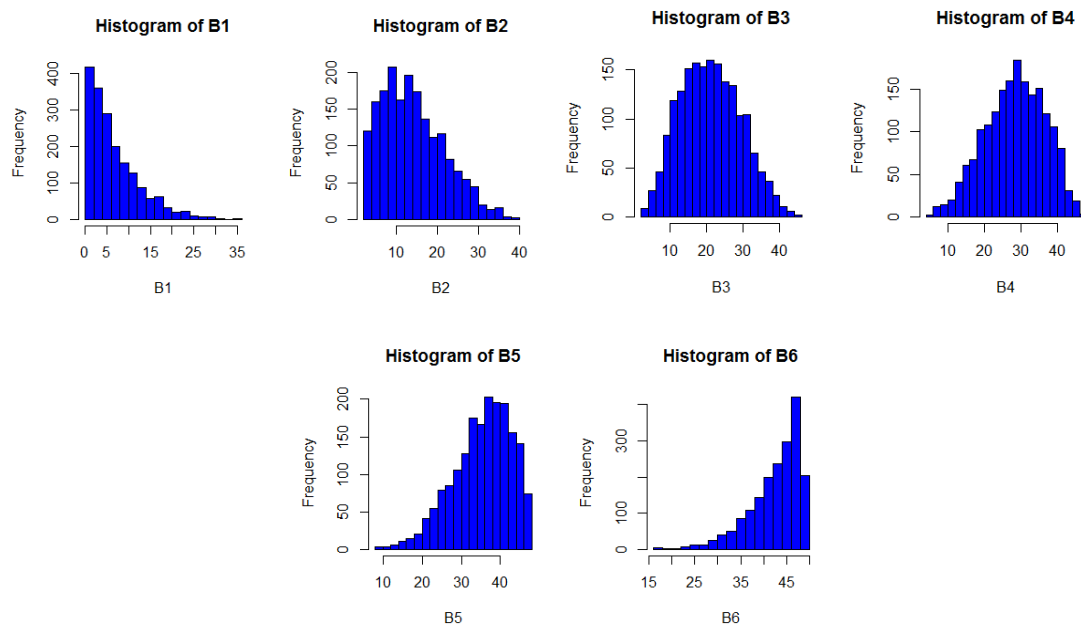
Resultat	Probabilitat	K
<b>Bola 1</b>	$P(X=k) = \frac{\binom{49-k}{5}}{\binom{49}{6}}$	$k = 1, \dots, 44$
<b>Bola 2</b>	$P(X=k) = \frac{\binom{k-1}{1}\binom{49-k}{4}}{\binom{49}{6}}$	$k = 2, \dots, 45$
<b>Bola 3</b>	$P(X=k) = \frac{\binom{k-1}{2}\binom{49-k}{3}}{\binom{49}{6}}$	$k = 3, \dots, 46$
<b>Bola 4</b>	$P(X=k) = \frac{\binom{k-1}{3}\binom{49-k}{2}}{\binom{49}{6}}$	$k = 4, \dots, 47$
<b>Bola 5</b>	$P(X=k) = \frac{\binom{k-1}{4}\binom{49-k}{1}}{\binom{49}{6}}$	$k = 5, \dots, 48$
<b>Bola 6</b>	$P(X=k) = \frac{\binom{k-1}{5}}{\binom{49}{6}}$	$k = 6, \dots, 49$

*Taula 7. Probabilitat del resultat de les boles*

Per poder atribuir una distribució teòrica al comportament de les boles, s'ha fet un estudi utilitzant l'R amb les dades recopilades des del 1991 fins al 2008 on tenim les puntuacions ordenades de cada bola.



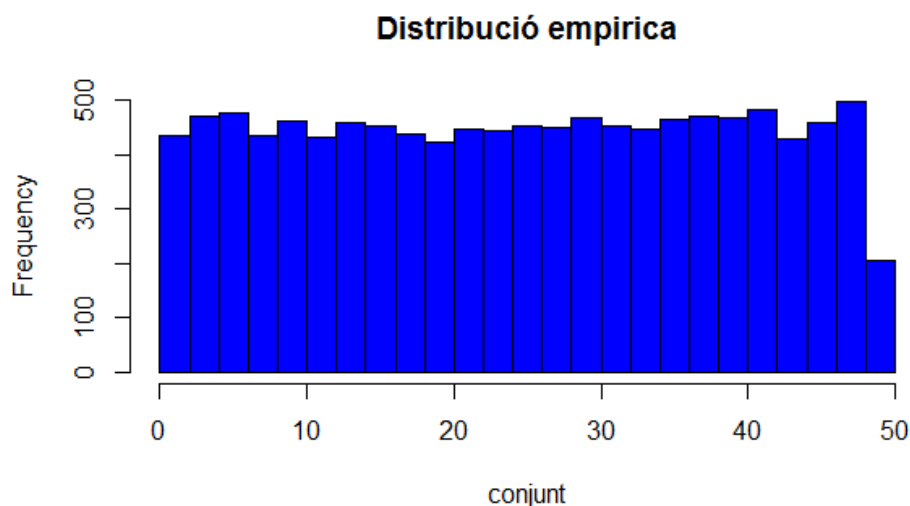
Com sabem quina probabilitat té cada resultat de sortir en una bola concreta, primer mirem com es comporta cada bola per separat:



Gràfic 1: Representació del resultat de cada bola

Observem que el valor més repetit es va desplaçant conforme canviem de bola, això es deu a l'ordre establert de menor a major.

Generem un histograma amb totes les puntuacions que han sortit al llarg de la historia de la loteria amb les nostres dades i ens resulta independentment de la bola i posició en que van sortir:

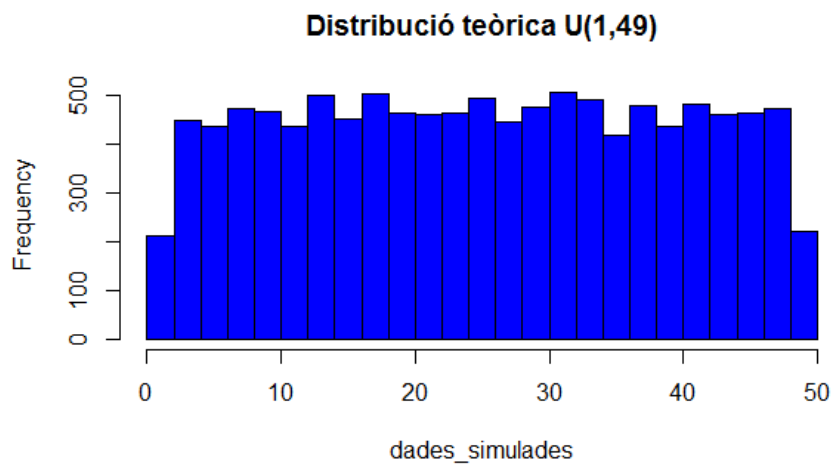


Gràfic 2: Histograma puntuacions de les boles de la base de dades

En efecte, podem observar que

$$\{\text{Bola1, Bola2, Bola3, Bola4, Bola5 i Bola6}\} \sim \text{Uniforme}(1,49).$$

Generem un histograma amb una uniforme (1,49) per comparar visualment que es tracta de la mateixa distribució que les boles en conjunt:



*Gràfic 3: Histograma puntuació de les boles simulades*

Té sentit que segueixin aquesta distribució ja que la distribució uniforme es caracteritza perquè tots els possibles valors que pot prendre la variable aleatòria tenen la mateixa probabilitat de sortir.

*(Al annex, les pàgines 48,49 i 50 s'observen les probabilitats per a cada número, de cada una de les boles)*

#### **4.3 Premi mitjà per categoria**

---

Observem que, el premi i el nombre de boles encertades disminueixes a la vegada.

Es podria calcular el premi mitjà de cada categoria dividint el premi total d'una categoria 'n' dividit entre l'esperança de guanyadors del premi.

Definirem:

'P' com la probabilitat d'encertar el premi

'N' el nombre total de participants

'Q' el percentatge de recaptació de cada categoria

Sabent que cada participació val 1€, obtenim:

$$\text{Premi mitjà}_n = \frac{Q_n \cdot N \cdot 1\epsilon}{P_n \cdot N} = \frac{Q_n}{P_n} [\epsilon]$$

On:

$N \cdot 1\epsilon$  total de la recaptació

$Q_n$  proporció de la recaptació destinat a cada premi.

$P_{n \cdot N}$  l'esperança de que cada persona guanyi el premi de la categoria  $P_n$  vegades per participació.

Com hi ha  $N$  participacions, la suma de les esperances de cada persona de guanyar el premi, és  $P_n \cdot N$ , entès com l'esperança d'encertants que guanyaran el premi de la categoria  $n$ .

Els resultats són quocient de proporcions ja que parlem de  $Q_n$  com una proporció i la probabilitat és una mesura sense unitat. Seran expressats en €.

<b>Categoria</b>	<b>Premi mitjà €</b>
<b>Categoria especial</b> (20%)	$PM_{6+R} = \frac{20\%}{7.151 \cdot 10^{-9}} = 27.968.116,34 \text{ €}$
<b>Categoria primera</b> (40%)	$PM_6 = \frac{40\%}{7.151 \cdot 10^{-8}} = 5.593.623,26\text{€}$
<b>Categoria segona</b> (6%)	$PM_6 = \frac{6\%}{4.29 \cdot 10^{-7}} = 139.860,13\text{€}$
<b>Categoria tercera</b> (13%)	$PM_5 = \frac{13\%}{1.802 \cdot 10^{-5}} = 7.214,20\text{€}$
<b>Categoria quarta</b> (21%)	$PM_4 = \frac{21\%}{9.686 \cdot 10^{-4}} = 216,80\text{€}$
<b>Categoria cinquena</b> (8€)	$PM_3 = 8\text{€}$
<b>Reintegrament</b> (1€)	$PM_R = 1\text{€}$

*Taula 8. Preu mitjà per categoria*

#### 4.4 Esperança matemàtica

L'esperança matemàtica de la primitiva com podem esperar és negativa.

Per calcular l'esperança em de saber que, la Loteria Primitiva, reparteix el 55% de la recaptació i aquesta és divideix entre les diverses categories. Que cada butlleta val 1€ i no sabem la recaptació total fins el dia del sorteig.

Cada premi per tant, té la seva probabilitat i l'esperança més alta seria la del reintegrament, un 10%.

L'esperança matemàtica de que et toqui la Loteria Primitiva sabent que el 55% va destinat a premis i que es reparteixen de la següent manera:

Categories	Premis	Probabilitat de cada premi
Categoria Especial	20%	$7.151 \cdot 10^{-7} \%$
Categoria primera	40%	$7.151 \cdot 10^{-6} \%$
Categoria segona	6%	$4.29 \cdot 10^{-5} \%$
Categoria tercera	13%	$1.802 \cdot 10^{-3} \%$
Categoria quarta	21%	$9.686 \cdot 10^{-2} \%$
Categoria cinquena	8€	1,765
Reintegrament	1€	10%

Taula 9. Distribució i probabilitat dels premis per categoria

x= Recaptació total en euros

$$\begin{aligned}
 \text{Esperança} = & \left[ \left( \frac{20}{100} \right) \cdot \left( \frac{55}{100} \right) x - 1 \right] \cdot P_{6+R} + \\
 & \left[ \left( \frac{40}{100} \right) \cdot \left( \frac{55}{100} \right) x - 1 \right] \cdot P_6 + \\
 & \left[ \left( \frac{6}{100} \right) \cdot \left( \frac{55}{100} \right) x - 1 \right] \cdot P_{5+C} + \\
 & \left[ \left( \frac{13}{100} \right) \cdot \left( \frac{55}{100} \right) x - 1 \right] \cdot P_5 + \\
 & \left[ \left( \frac{21}{100} \right) \cdot \left( \frac{55}{100} \right) x - 1 \right] \cdot P_4 + \\
 & [(8-1) \cdot P_3] + \\
 & [(1-1) \cdot 0,1]
 \end{aligned}$$

Substituïm:

$$\begin{aligned}
 \text{Esperança} = & \left[ \left( \frac{20}{100} \right) \cdot \left( \frac{55}{100} \right) x - 1 \right] \cdot 7.151 \cdot 10^{-7} \% + \\
 & \left[ \left( \frac{40}{100} \right) \cdot \left( \frac{55}{100} \right) x - 1 \right] \cdot 7.151 \cdot 10^{-6} \% + \\
 & \left[ \left( \frac{6}{100} \right) \cdot \left( \frac{55}{100} \right) x - 1 \right] \cdot 4.29 \cdot 10^{-5} \% + \\
 & \left[ \left( \frac{13}{100} \right) \cdot \left( \frac{55}{100} \right) x - 1 \right] \cdot 1.802 \cdot 10^{-3} \% + \\
 & \left[ \left( \frac{21}{100} \right) \cdot \left( \frac{55}{100} \right) x - 1 \right] \cdot 9.686 \cdot 10^{-2} \% + \\
 & [(8-1) \cdot 1,765] + \\
 & [(1-1) \cdot 0,1]
 \end{aligned}$$

El resultat de l'esperança matemàtica de la Loteria Primitiva és negativa. Això es deu a que només destinen un 55% del total dels diners recaptats en premis i és molt fàcil que els participants perdin.

#### 4.5 Esperança positiva

---

A l'últim apartat ens fixarem si es possible que quan el premi la categoria primera no és atorgat a ningú faci que la primitiva tingui una esperança positiva.

Primer de tot, definirem la formula d'esperança, on  $C_i$  serà el premi d'una categoria.

$$E = E_{\text{premis}} + E_{\text{cost}} = \sum P_i \cdot C_i - 1\text{€}$$

Tenint en compte el premi acumulat, també anomenat 'bote', el definirem com B (aquest s'atorga únicament al premi de la categoria primera) i desenvoluparem l'expressió anterior per a que l'esperança sigui superior:

$$\sum P_i \cdot C_i - 1 > 0$$

$$P_6(PM_6) + P_{5+c}(PM_{5+c}) + P_5(PM_5) + P_4(PM_4) + P_3(PM_3) + P_R(PM_R) - 1 > 0$$

$$P_6 \left( \frac{B}{P_6 N} + \frac{Q_6}{P_6} \right) + P_{5+c} \frac{Q_{5+c}}{P_{5+c}} + P_5 \frac{Q_5}{P_5} + P_4 \frac{Q_4}{P_4} + P_3 \frac{Q_3}{P_3} + P_R \frac{Q_R}{P_R} - 1 > 0$$

$$\frac{B}{N} + Q_6 + Q_{5+c} + Q_5 + Q_4 + Q_3 + Q_R - 1 > 0$$

Sabem que, l'Estat dedica un 55% de la recaptació a premis, tenint en compte que la última categoria i el reintegrament són premis constants.

Substituïm:

$$\begin{aligned} \frac{B}{N} + 0,55 - 1 &> 0 \\ B &> 0,45N \text{ [€]} \end{aligned}$$

Concloem per tant, l'esperança serà positiva quan el pot superi la quantitat de diners que l'Estat s'emporta, és a dir més d'un 45% de la recaptació.

$$\frac{B}{N(B)} + 0,45$$

On  $N(B)$  funció que modelitza la participació en dependència amb el pot.

Seria una expressió teòrica molt interessant per saber quan hem d'apostar a la primitiva, el problema és, el premi acumulat depèn de la participació i això mai ho sabem, perquè els participants mai seran els mateixos.

Si volem guanyar diners, hauríem de jugar quan el pot acumulat fins el moment, dividit entre 0,45 sigui superior a la participació. Encara que no és un mètode del tot fiable, ja que això no t'assegura que toqui el premi gros.

En conclusió, tot benefici teòric queda condicionat per la probabilitat de guanyar un primer premi abans de fer-nos grans.

## 5 ANÀLISI ESTADÍSTIC I RESULTATS

### 5.1 Anàlisi Descriptiu

---

La base de dades ve composta de 1.855 dades de sortejos de la Loteria Primitiva de dijous i dissabte des de l'any 1991 fins al 2008. Tenim 23 variables:

Variables del temps:

- ANY: indicador de l'any del sorteig; des de l'any 1991 fins el 2008
- MES: indicador del mes del sorteig; des de gener fins al desembre
- DATA: indicador de la data completa del sorteig; any/mes/dia

Boles: número de cada una de les boles del sorteig, ordenades de menor a major de la bola 1 a la bola 6.

- BOLA1: indicador del número de la primera bola. El número mínim és 1 i el màxim 35.
- BOLA2: indicador del número de la segona bola. El número mínim es 2 i el màxim 39
- BOLA3: indicador del número de la tercera bola. El número mínim bola es 3 i el màxim el 45
- BOLA4: indicador del número de la quarta bola. El número mínim es 5 i el màxim el 47
- BOLA5: indicador del número de la cinquena bola. El número mínim és 8 i el màxim el 48

- BOLA6: indicador del número de la sisena bola. El número mínim és 16 i el màxim 49

Altres boles:

- COMPL: indicador del número complementari que ha sortit a cada sorteig. El número mínim del complementari es 1 i el màxim 49. Aquest no té ordre, un cop s'extreuen les 6 boles, s'extreu el complementari de la mateixa urna (sense repetició)
- REINT: indicador del número de reintegrament. Aquest va del 0 al 9.

Premis i butlletes encertades:

- EUROSCAT1: diners en euros destinats al premi de la primera categoria. La mitjana d'euros pel premi a la primera categoria es de 1.460.182. El mínim ha sigut 0 euros i el màxim 24.923.600.
- ENCERTCAT1: número d'encertants de la primera categoria. La mitjana de guanyadors en aquesta categoria es de 1 persona mitja aproximadament. El mínim ha sigut de 0 persones guanyadores i el màxim de 20 guanyadors.
- EUROSCAT2: diners en euros destinats al premi de la segona categoria. La mitjana d'euros pel premi a la segona categoria es de 70.927. El mínim han sigut 0 euros i el màxim 553.201 euros.
- ENCERTCAT2: número de butlletes encertades de la segona categoria. La mitjana de guanyadors en aquesta categoria es de 8 persones. El mínim ha sigut de 0 persones guanyadores i el màxim de 220 guanyadors.
- EUROSCAT3: diners en euros destinats al premi de la tercera categoria. La mitjana d'euros pel premi a la tercera categoria es de 2.621,6. El mínim han sigut 339,5 euros i el màxim 25.684,1 euros.
- ENCERTCAT3: número de butlletes encertades de la tercera categoria. La mitjana de guanyadors en aquesta categoria es de 356 persones. El mínim ha sigut de 66 persones guanyadores i el màxim de 1.971 guanyadors.
- EUROSCAT4: diners en euros destinats al premi de la quarta categoria. La mitjana d'euros pel premi a la quarta categoria es de 64,99. El mínim han sigut 17,09 euros i el màxim 156,94 euros.
- ENCERTCAT4: número de butlletes encertades de la quarta categoria. La mitjana de guanyadors en aquesta categoria es de 18.353 persones. El mínim ha sigut de 6.761 persones guanyadores i el màxim de 64.959 guanyadors.

- EUROSCAT5: diners en euros destinats al premi de la cinquena categoria. La mitjana d'euros pel premi a la cinquena categoria es de 6,6. El mínim han sigut 3,33 euros i el màxim 8,2 euros. Del 2.000 fins a l'actualitat la cinquena categoria té el cost fix de 8€, però també estem treballant amb dades antigues aquest any la mitjana serà diferent a 8.
- ENCERTCAT5: número de butlletes encertades de la cinquena categoria. La mitjana de guanyadors en aquesta categoria es de 353.694 persones. El mínim ha sigut de 141.491 persones guanyadores i el màxim de 936.714 guanyadors.

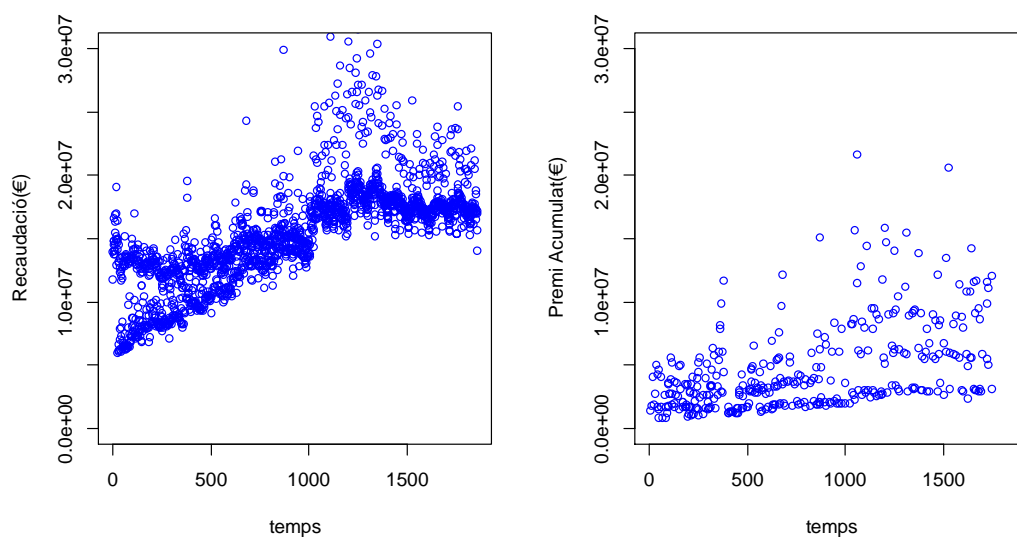
Capital:

- EUROSRECAPT: el nombre d'euros totals recaptats en cada sorteig. D'aquests el 55% es destinat als premis. La mitjana d'euros recaptats és de 15.359.285. El mínim d'euros recaptats es de 5.928.906 i el màxim de 44.614.917.
- BOTEEUROS: Euros de pot si hi ha en el sorteig. La mitjana d'euros és de 4.603.633. El mínim és de 814.880 euros i el màxim de 21.622.286 euros.

La recaptació d'euros ha anat augmentant al llarg d'aquests 17 anys, va començar recaptant 5.928.906 euros<sup>22</sup>, i fins al 2008 ha augmentat fins a recaptar 44.614.917€.

El premi acumulat s'ha anat mantingut, encara que també ha augmentat més lentament.

Observem que a la base de dades tenim dos valors atípics, corresponents als dies 12/05/2001 i 20/10/2005. Quan es van validar les dades es va comprovar que aquestes dades fossin correctes i es degut a que aquestes dues dates tenien un premi acumulat molt alt, per tant, té sentit que aquells dies hi haguessin moltes més recaptacions.



Gràfic 4: Recaptació d'euros i premi acumulat

<sup>22</sup> Del 1991 al 1999 es parlava de pessetes, però les dades estan obtingudes en unitat d'euro



## 5.2 Anàlisi Principal

### 5.2.1 Encertants

Un dels interessos d'aquests treball es veure si realment quan al sorteig surten números alts hi ha menys encertants que quan són números baixos.

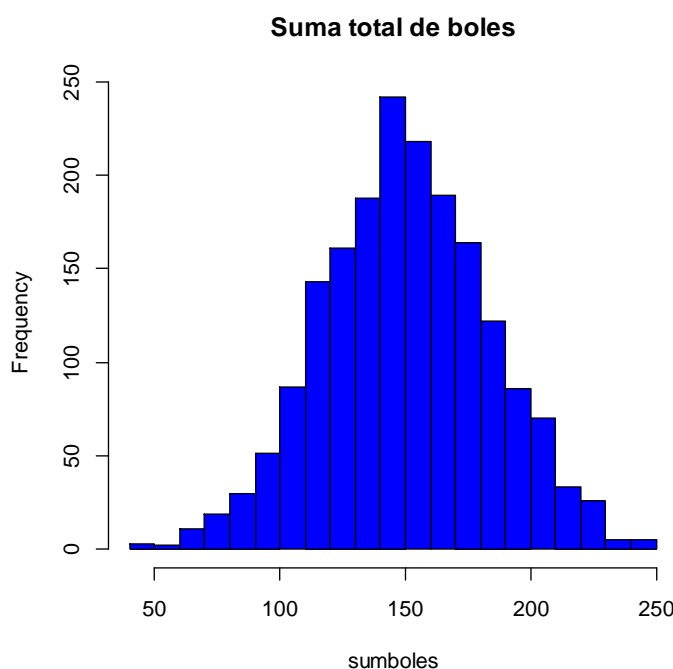
Primer de tot hauríem de buscar en quin punt parlarem de números alts o baixos. Per això, sumarem les 6 boles de cada un del sortejos que tenim i mirarem el número mitjà.

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
48,0	128,0	150,0	150,8	173,0	244,0

Sembla simètric però hauríem de demostrar-ho teòricament, ja que existeixen moltes combinacions possibles de sumar les 6 boles.

El rang de la suma total de boles estarà comprès entre la combinació mínima que serà les primeres sis boles consecutives ( $1+2+3+4+5+6 = 21$ ) i la combinació màxima amb els sis últims ( $44+45+46+47+48+49 = 279$ ).

Quan parlem de la suma total entre les 49 boes possibles, observem que la distribució que segueix es simètrica ja que per a cada combinació possible  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  hi haurà una altre combinació equivalent al mateix resultat per l'altre banda  $50 - x_1, 50 - x_2, 50 - x_3, 50 - x_4, 50 - x_5, 50 - x_6$ .



Gràfic 5. Histograma de la suma de boles.

Per tant, quan fem la suma de les 13.983.816 possibilitats, és poden agrupar de dues en dues tenint en compte la seva simetria. Així doncs, quan es sumin aquestes dues combinacions equivalents sempre donarà el mateix, independentment de quines siguin  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + 50 - x_1 + 50 - x_2 + 50 - x_3 + 50 - x_4 + 50 - x_5 + 50 - x_6 = 300$

Així doncs, podem concloure que la mitjana teòrica serà:

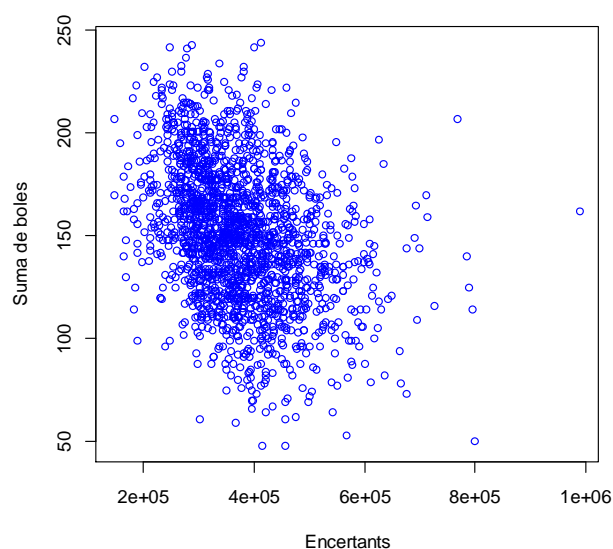
La mitjana teòrica serà:

$$\frac{\frac{(300 \cdot 13.983.816)}{2}}{13.983.816} = 150$$

Un cop confirmat teòricament que el número que parteix la meitat de la suma de boles és 150 estudiarem com es comporta la nostra base de dades.

Seguint amb la nostra base de dades, hem observat que la mitjana de la suma de les boles dels sortejos que tenim és 150,8. Per tant, quan la suma sigui superior 150,8 es tractarà d'un sorteig de alts i quan sigui menor de 150,8 es tractarà d'un sorteig de números baixos.

Primer de tot mirem que la correlació dels encertants respecte la suma de les boles és negativa; -0.35, es a dir, tal i com havíem previst, quan la suma de boles puja, el número d'encertants baixa. Això es degut, com s'ha explicat a l'apartat de supersticions, a que els jugadors creuen que jugar amb els números dels dies d'aniversari pot donar sort i un mes no te més de 31 dies. És per això que perden possibilitats al no jugar amb el números mes alts, ja que la probabilitat és la mateixa.



Gràfic 6: Nombre d'encertants respecte la suma de boles

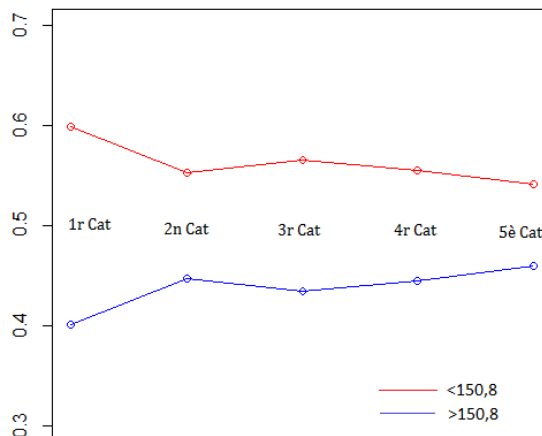
Observem molta tendència a tenir menys de 600.000 encertants que no pas 1.000.000 com passa en alguna dada atípica, que com ja s'ha comentat abans es tractarà d'un dia on van participar molts jugadors, hi havia un premi acumulat molt alt i la probabilitat de que s'encertin butlletes augmenta considerablement.

Un cop observat que la Loteria Primitiva, té mes encertants quan als sortejos surten números baixos, veiem de cada una de les categories, els encertants que hi ha hagut en aquests 17 anys.

Categoria	Total d'encertants	Nombre d'encertants			
		Suma major 150,8		Suma menor 150,8	
<b>Categoria primera</b>	2.533	1.015	40%	1.518	60%
<b>Categoria segona</b>	15.921	7.115	45%	8.806	55%
<b>Categoria tercera</b>	661.961	287.337	43%	374.624	57%
<b>Categoria quarta</b>	35.899.312	15.948.188	44%	19.951.124	56%
<b>Categoria cinquena</b>	656.101.914	300.949.013	46%	355.152.901	54%

*Taula 10. Nombre d'encertants per categoria i percentatges*

Representarem els percentatges de cada categoria amb una la gràfica

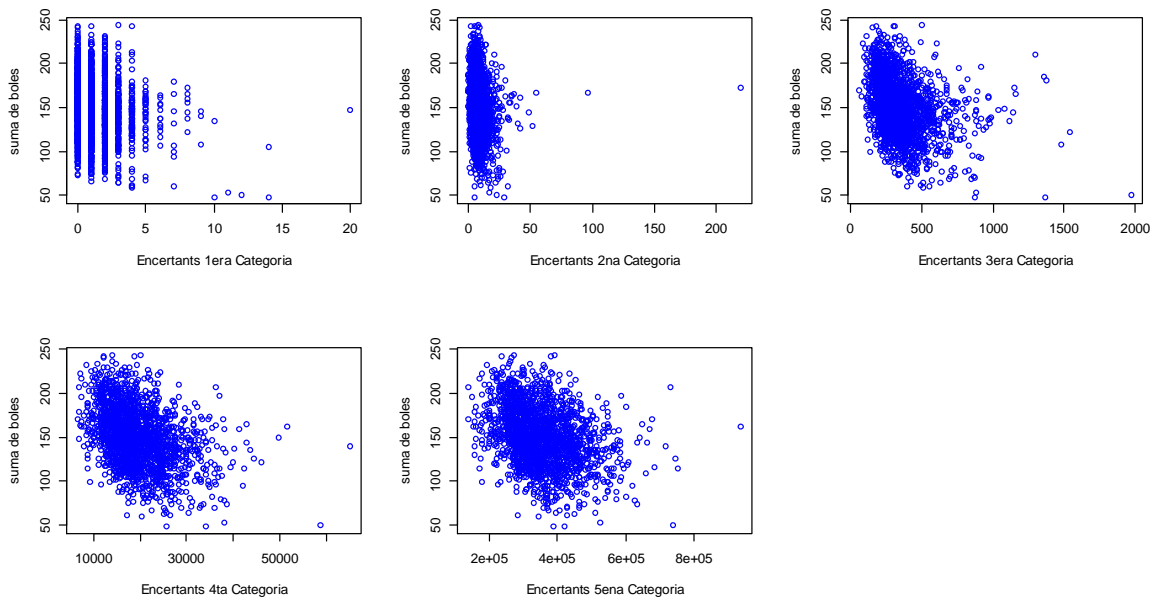


*Gràfic 7. Percentatges del nombre d'encertants per categoria*

Primer de tot, ens donem conta que com s'ha explicat, quan més petit és el premi més tens de guanyar. Per tant, trobem que en les categories més baixes hi ha molt més guanyadors que en les categories altes.

Respecte al que estàvem buscant, observem que efectivament es verifica que quan la mitjana de la suma de boles es més petita de 150,8, és a dir, surten números baixos, hi han menys encertants respecte quan surten números alts. Això confirma que, els participants tendeixen a apostar per números baixos.

Finalment, veurem els encertants de les 5 categories en un gràfic. Aquí podem veure clarament, com a mesura que la categoria és més baixa, els encertants augmenten.



*Gràfic 8: Nombre d'encertants respecte la suma de boles per categories*

### 5.2.2 Combinacions

---

Després d'investigar per la xarxa, els aficionats de la primitiva comenten que molt sovint ens trobem sortejos on els números són correlatius o alterns al sorteig. Es coneixen dos tipus de sortejos amb aquestes característiques:

- Sorteig on surten 2 números correlatius dintre dels 6 números guanyadors.

**8-12-31-32-40-42**

- Sorteig on surten 2 números alterns dintre de 6 números guanyadors:

**2-12-14-28-35-49**

Des de fa anys que es veuen combinacions guanyadores que resulten sospitoses. Podem pensar que es tracta coincidències matemàtiques. Observem 16 sortejos consecutius de l'any 2003 on totes les combinacions guanyadores, excepte tres, compleixen algun d'aquest dos fenòmens o fins i tot els dos:

Sorteig	Combinació	Fenòmens
<b>29/11/2003</b>	<b>1 - 12 - 14 - 16 - 35 - 38</b>	3 números alterns
<b>27/11/2003</b>	<b>8 - 14 - 32 - 35 - 42 - 46</b>	Excepció
<b>22/11/2003</b>	<b>6 - 21 - 24 - 30 - 31 - 36</b>	2 números consecutius
<b>20/11/2003</b>	<b>3 - 5 - 10 - 12 - 14 - 39</b>	3 números alterns
<b>15/11/2003</b>	<b>2 - 10 - 12 - 26 - 32 - 42</b>	2 números alterns
<b>13/11/2003</b>	<b>6 - 24 - 42 - 44 - 46 - 47</b>	3 números alterns + 2 números consecutius
<b>08/11/2003</b>	<b>19 - 21 - 26 - 29 - 43 - 4</b>	2 números alterns
<b>06/11/2003</b>	<b>7 - 13 - 16 - 29 - 45 - 48</b>	Excepció
<b>01/11/2003</b>	<b>20 - 22 - 27 - 34 - 35 - 49</b>	2 números alterns + 2 números consecutius
<b>30/10/2003</b>	<b>6 - 27 - 32 - 36 - 38 - 47</b>	2 números alterns
<b>25/10/2003</b>	<b>11 - 29 - 37 - 41 - 46 - 47</b>	2 números consecutius
<b>23/10/2003</b>	<b>1 - 6 - 12 - 13 - 46 - 48</b>	2 números consecutius + 2 números alterns
<b>18/10/2003</b>	<b>8 - 15 - 17 - 22 - 28 - 46</b>	2 números alterns
<b>16/10/2003</b>	<b>3 - 11 - 18 - 29 - 39 - 48</b>	Excepció
<b>11/10/2003</b>	<b>6 - 36 - 37 - 41 - 45 - 48</b>	2 números consecutius
<b>09/10/2003</b>	<b>18 - 21 - 22 - 29 - 36 - 37</b>	Dos cops 2 números consecutius

*Taula 11. Combinacions dels sortejos*

Podem sospitar en el pes de les boles, quan un número es repeteix molt però, encara i que en aquest cas no té cap sentit, a la normativa de 'Loterias y Apuestas del Estado', s'escriu clarament que s'introdueixen en un bombo 49 boles del mateix pes i material numerades correlativament.

Calcularem doncs, la probabilitat de que almenys 2 números siguin consecutius per veure si pot ser aquest el motiu de que esdevingui aquest factor.

Per a que en un sorteig de la Loteria Primitiva no surtin dos números seguits, es necessari que existeixin almenys cinc números que s'intercalin entre les 6 boles.

Escollim 6 nombres entre 1 i 44 (no agafem les 49 boles perquè posteriorment redefinirem les variables incrementant fins a 5), això es pot fer de 44 sobre 6 formes diferents  $\binom{44}{6}$ . Anomenem  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  i  $x_6$  aquests 6 nombres escollits un cop ordenats. Aleshores, si considerem una nova variable  $y_i$ :

$$\begin{aligned}y_1 &= x_1 \\y_2 &= x_2 + 1 \\y_3 &= x_3 + 2 \\y_4 &= x_4 + 3 \\y_5 &= x_5 + 4 \\y_6 &= x_6 + 5\end{aligned}$$

on  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  i  $y_6$  són 6 nombres que estaran compresos entre 1 i 49 amb la garantia que no hi ha nombres consecutius.

Observem que en tota seria formada per nombres no consecutius li pots fer correspondre la respectiva sèrie al revés entre 1 i 44 restant 0, 1, 2, 3, 4, 5 al redefinir la nova variable un cop estan ordenats. Per tant comptar quants n'hi ha que no en tenen de consecutius és equivalent a comptar quants en pots escollir entre 1 i 44.

Per tant, de les 13.983.816 formes de que puguin sortir els números, hi ha

$$\binom{44}{6} = 7.059.052$$

que no tenen números consecutius. Si restem del global,

$$13.983.816 - 7.059.052 = 6.924.765$$

seran les combinacions possibles en les que hi ha almenys dos números seguits.

Per exemple, en 8- **14**- **16**-28 -34 - 48, el 14 i el 16 no van seguir perquè s'intercala el 15. Si guardem 5 números per intercalar poder escollit entre 44 números, sense problema d'obtenir dos números seguits.

Per tant tenim que la probabilitat de que no hi hagi cap número consecutiu i després farem el complementari.

$$P(\text{cap número consecutiu}) = \frac{\binom{44}{6}}{\binom{49}{6}} = \frac{7.059.052}{13.983.816} = 0.5048$$

$$P(\text{al menys 2 números consecutius}) = 1 - 0.5048 = 0.4952$$

$$\text{Combinacions sense repetició} = C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

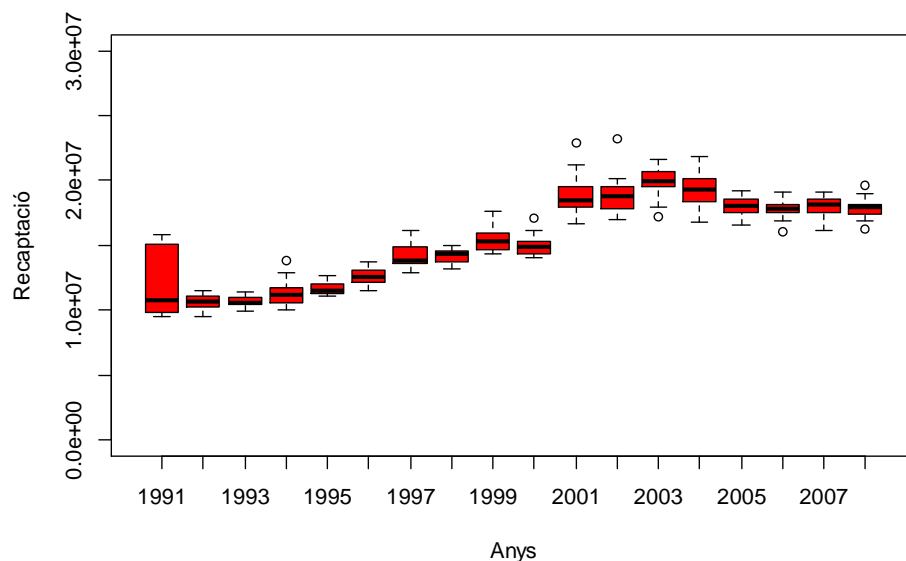
Observem, que hi ha casi un 50% de que els números guanyadors siguin consecutius, per tant, té sentit trobar-nos aquests patrons i que existeix varis sortejos en el que surtin dos números seguits no implica cap baix ni manipulació. A part de la coincidència, la probabilitat també ajuda.

### 5.2.3 Recaptació

Es vol estudiar si hi han diferencies en el nombre de participants segons l'any o el mes en el que ens trobem. Pot ser que trobem més captacions en alguns anys que en altres, degut a la crisi o esdeveniments importants durant el llarg d'aquests 17 anys.

El mateix pot succeir pels mesos, és possible que en el mesos de Nadal la gent s'animi a jugar que no pas en el mesos d'estiu que la gent marxa i s'oblida una mica de tot.

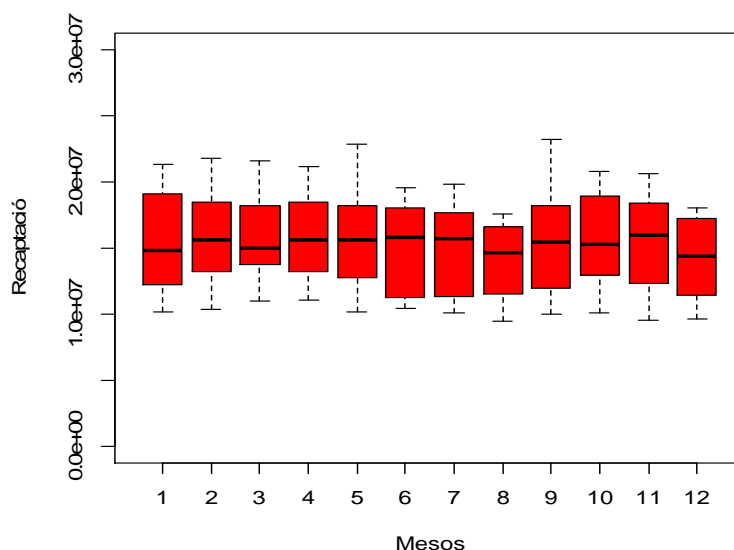
Comencem observant els resultats del 17 anys:



Gràfic 10. Recaptacions per anys

Veiem tendència en els primers anys, encara que, al 1991 hi va haver més recaptacions que cap altre. No obstant, el punt interessant s'observa a partir de l'any 2001 que començar a créixer fins al 2005 que va baixant encara que no menys que els primers anys.

Que al 2001 comencin haver més recaptacions, es a dir, més participacions, pot ser degut al canvi de l'euro. Partint de la base que quan eren pessetes, una participació costava 25 pessetes i quan va començar l'euro la butlleta valia 1€, podem tenir aquí la resposta d'aquest augment.



*Gràfic 11. Recaptacions per mesos*

Respecte els mesos de l'any, a primera vista no es veuen gaires diferències, la gent participa de manera regular. Si que podem veure que en el d'agost hi ha una petita disminució que com s'ha comentat, pot ser degut a les vacances.

#### **5.2.4 Premi acumulat**

Quan hi ha premi acumulat al pròxim sorteig del joc de la Loteria Primitiva, els jugadors habituals i els no tant habituals estan al cas per apostar més de lo habitual.

Pensem que al haver més diners sobre la taula, hi haurà més possibilitats de que toqui? Efectivament, no hi han més possibilitats, la probabilitat és la mateixa, però si toca, toca més que un sorteig sense premi acumulat.

El premi acumulat esdevé quan cap dels sortejos de la Loteria Primitiva es queda sense encertants amb dret a premi i aquest fons que anava destinat a aquest dia, passa incrementant el concurs del dia següent, a la mateixa categoria que ha quedat buida. (veure normativa apartat 2.4)



Observarem de la nostra base de dades si existeixen diferències en els sortejos quan hi ha premi acumulat i quan no.

Sabem que tenim 1.855 sortejos, dels qual 367 tenen premi acumulat, en la següent taula veurem quan sortejos de cada categoria no han tingut encertants:

<b>Categoria</b>	<b>Categoria primera</b>	<b>Categoria segona</b>	<b>Categoria tercera</b>	<b>Categoria quarta</b>	<b>Categoria cinquena</b>
<b>Sortejos sense encertants</b>	626	12	0	0	0

*Taula 12. Sortejos sense encertants.*

Com és d'esperar i sabem, és molt més difícil s'encertin les 6 boles que no pas 3. Només trobem les dues primeres categories amb premis buits.

Treballarem per tant amb la primera i segona categoria.

Del total dels 1.855 sortejos que tenim, 626 són premis sense encertants dels quals 65 són sortejos amb premi acumulat. Efectivament, n'hi hauran més premis buits sense premi acumulat que no pas amb ja que, s'entén que quan hi ha premi acumulat n'hi han més participants i per tant, més possibilitats de que hi hagi un guanyador.

Per veure si això és cert, observarem com es comporta les dues categories, quan hi ha premi acumulat i quan no.

Primer de tot confirmarem que quan hi ha premi acumulat la mitjana de premi augmenta. Tenim que, per la categoria primera, la mitjana total d'euros en premis és de 1.460.181€. Quan es tracta de premis amb premi acumulat aquesta mitjana augmenta a 3.185.953,99€ i quan no hi ha premi acumulat disminueix a un 1.034.537,35.

Efectivament, podem dir que es compleix, es reparteix més premi quan hi ha premi acumulat que no pas quan no hi ha.

Hauríem de mirar també, la mitjana de guanyadors de la categoria. Si fossin certes les especulacions, hi hauria d'haver més encertants quan al sorteig hi ha premi acumulat.

Seguint amb la primera categoria i sabent que la mitjana de guanyadors per aquesta categoria és de 1 persona i mitja aproximadament, busquem separatament quan es tracta de sortejos amb 'premi acumulat i sortejos sense.

Al filtrar i trobar la mitjana, veiem que, pels sortejos que tenen premi acumulat aquesta mitjana puja a casi 2 persones, en canvi quan són sortejos sense premi acumulat, la mitjana baixa a 1,2 encertants, menys que amb les dades complertes .

En el cas de la primera categoria, es compleix a la perfecció. Observem passa el mateix la categoria segona.

Realitzarem el mateix mètode. Primer de tot, sabem que, la mitjana en premis d'euros de la segona categoria és de 70.927€. Quan es tracta de sortejos amb premi acumulat aquesta baixa a 65.777,55€ i augmenta a 72.197,02€ en sortejos sense premi acumulat. En aquest cas, no es compleix com a la categoria primera, pot ser degut a que aquesta categoria té menys dificultats i és per això que la diferència no nota.

No obstant, veurem la mitjana d'encertants. En aquesta categoria, amb les dades totals, la mitjana és de 8 persones aproximadament. Quan filtrem pels sortejos amb premi acumulat, aquesta torna a augmentar a 10 persones, en canvi quan es tracta de sortejos sense premi acumulat la mitjana es manté.

Un altre cop s'observa i per tant es confirma que, els sortejos amb premi acumulat tenen ha més facilitats de que el premi no quedi buit.

### 5.2.5 Parells o senars

Partirem de la probabilitat que hi ha un 49% que la bola surti parell i un 51% de que sigui senar. És a dir, de les 1.855 dades de la nostra base de dades, la mitjana esperada de nombres parells és de 5.453,7 i 5.565 nombres senars.

A partir d'això podem pensar que hi haurà una major tendència a sortir números senars que parells.

No obstant, sabem que les boles estan ordenades de menor a major i sense repetició, és a dir, la primera bola només anirà del 1 al 44, en aquest cas existeix la mateixa probabilitat de que surtin números parells que imparells.

El domini de cada bola seria la següent:

<b>Bola 1</b>	k = 1, ... 44	50% parell – 50% senar
<b>Bola 2</b>	k = 2, ... 45	49 parell – 51% senar
<b>Bola 3</b>	k = 3, ... 46	50% parell – 50% senar
<b>Bola 4</b>	k = 4, ... 47	49 parell – 51% senar
<b>Bola 5</b>	k = 5, ... 48	50% parell – 50% senar
<b>Bola 6</b>	k = 6, ... 49	49 parell – 51% senar

Taula 13. Domini de cada bola

Per tant, els càlculs per trobar els valors que esperem segons les nostres 1.855 dades seria:

Per les boles 1,3, i 5:

$$E_{b1} = (1.855 \cdot 0.50) + (1.855 \cdot 0.50)$$

Per les boles 2,4 i 6:

$$E_{b2} = (1.855 \cdot 0.49) + (1.855 \cdot 0.51)$$

Veiem que en tres casos queda empatat, però en els altres tres casos segueix tenint més probabilitats el nombre senar.

Es realitzarà una taula on s'observaran els valors esperats i observats per poder confirmar si realment es compleix que els nombres senars tenen més tendència a sortir que els parells.

<b>Boles</b>		<b>#Parell</b>	<b>#Imparell</b>
<b>Bola 1</b>	<i>Esperat</i>	927,5	927,5
	<i>Observat</i>	828	1.027
<b>Bola 2</b>	<i>Esperat</i>	905,95	946,05
	<i>Observat</i>	914	941
<b>Bola 3</b>	<i>Esperat</i>	927,5	927,5
	<i>Observat</i>	926	929
<b>Bola 4</b>	<i>Esperat</i>	905,95	946,05
	<i>Observat</i>	906	949
<b>Bola 5</b>	<i>Esperat</i>	927,5	927,5
	<i>Observat</i>	928	927
<b>Bola 6</b>	<i>Esperat</i>	905,95	946,05
	<i>Observat</i>	865	927
<b>Suma Esperats</b>		5.500,35	5.620,65
<b>Suma Observats</b>		5.367	5.700

*Taula 14. Valors esperats i observats dels números senar i parells*

Realitzem la suma del nombre total de parells i senars dels esperats i observats de cada bola, ens donem conta que, a la pràctica no es compleix del tot. Tenim que la suma d'esperats per als nombres parells és més alta que l'observat a les nostres dades i pels senars, passa l'inrevés.

No obstant, individualment, la suma dels observats parells és més baixa que la dels senars. Podem dir que es compleix la part teòrica, de que els nombres senars tenen més possibilitats de sortir que els parells. Encara que, per molt que la teoria digui, em de tenir en compte que estem sota una probabilitat i aquí la sort també juga un paper.

## i. Informació complementaria

### a. Probabilitats dels diferents jocs d'atzar

Les possibilitats d'aconseguir el premi màxim en els següents jocs d'atzar són:

- Loteria Nacional: 1 entre 600.000 (Dijous) 1 entre 85.000 (Nadal)
- La Quiniela i el Quinigol: 1 entre 5 milions
- La Bono Loto: 1 entre 13.983.816
- Cupó Onze: 1 entre 15 milions
- del Gros de la Primitiva: 1 entre 31.625.100
- L'Euromilió: 1 entre 76 milions
- La Primitiva: 1 entre 14 milions
- 

La Primitiva és un dels joc d'atzar amb mes dificultats de guanyar que qualsevol altre.

### b. Top Ten:

Importe del premio	Acertantes	Año	Semana	Día	Fecha
66.601.719,92 €	1	2013	31	Sábado	03/08
44.147.399,02 €	1	2015	8	Jueves	19/02
35.642.627,08 €	2	2014	8	Sábado	22/02
33.163.630,71 €	1	2014	47	Sábado	22/14
32.469.876,75 €	1	2013	2	Sábado	12/01
31.817.324,75 €	1	2014	30	Sábado	26/07
24.923.596,30 €	1	2005	43	Jueves	18/10
19.226.385,46 €	1	2013	40	Sábado	05/10
18.295.589,28 €	1	2006	48	Sábado	02/12

*Taula 15. Majors premis repartits a la Primitiva*

Importe	Año	Semana	Día	Fecha
44.614.916,52 €	2001	19	Sábado	12/05
36.085.258,38 €	2001	14	Sábado	07/04
36.015.852,90 €	1988	6	Jueves	04/02
33.777.336,74 €	2001	19	Jueves	10/05
32.149.920,00 €	2004	3	Sábado	17/01
31.472.765,00 €	2003	10	Sábado	08/03
30.981.490,03 €	2001	42	Sábado	20/10
30.526.351,00 €	2002	36	Sábado	07/09
30.391.007,00 €	2004	6	Sábado	07/02
29.926.186,70 €	1999	28	Sábado	10/07

*Taula 16. Les majors recaptacions obtingudes:*

Importe	Año	Semana	Día	Fecha
70.265.561 €	2014	8	Sábado	22/02
69.135.018 €	2014	8	Jueves	20/02
68.049.503 €	2014	7	Sábado	15/02
66.838.602 €	2014	7	Jueves	13/02
65.840.735 €	2013	31	Sábado	03/08
64.824.954 €	2013	31	Jueves	01/08
63.971.202 €	2013	30	Sábado	27/07
63.023.461 €	2013	30	Jueves	25/07
64.008.015 €	2014	6	Sábado	08/02
62.885.139 €	2014	6	Jueves	06/02

*Taula 17. El majors botes de la Primitiva:*

c. Curiositats de la Primitiva a dia d'avui.

- El número que més repetit en la combinació guanyadora és el 39, seguit pels números 47 i el 38.
- El número que menys vegades ha sortit és el 49, seguit pels números 20 i el 18.
- El pot més gran es va assolir el dissabte 12 de maig del 2001 i va ser de 21.622.286,06€.
- El premi més important d'un sol encertant va ser de 24.923.596,30€ el 20 d'octubre de 2005.
- El 19 d'abril de 2007 la combinació guanyadora va ser 1-2-4-8-9-24, i hi van haver 14 afortunats amb el premi màxim.

## 6 CONCLUSIONS

---

En aquest projecte, primer de tot s'ha fet una recopilació d'informació sobre el Joc de la Loteria Primitiva. Des de aprendre a jugar i conèixer les seves normatives, fins saber que has de fer si alguna vegada a la teva vida tens la sort de que et toqui un premi gros.

Seguidament, s'ha treballat la probabilitat d'una sèrie de factors. S'ha vist que les probabilitats de cada categoria van disminuint a mesura que el premi és més gros, i que el premi de reintegrament és el més fàcil de tots, encara i així només amb un 10% de probabilitats.

Segons la probabilitat del resultat de cada una de les boles, es va pensar que seria interessant veure si aquestes es comportaven com una distribució uniforme ja que, la distribució uniforme és una distribució de probabilitat que considera un nombre finit de valors amb la mateixa probabilitat, i en aquest cas tenim unes boles que totes tenen la mateixa probabilitat de sortir i són finites (del 1 al 49 sense reposició). Efectivament, s'ha comprovat que es comporta així.

L'esperança matemàtica, com era d'esperar és negativa. Es va intentar veure si hi havia alguna manera que aquesta fos positiva, però evidentment que és molt difícil. Si volem obtenir el premi hauríem de jugar quan el premi acumulat dividit entre el que l'Estat destina a premis per categoria, sigui superior a la participació.

Un cop vist com es comporten les probabilitats en el joc de la Lotería Primitiva, s'ha estudiat en base a dades reals, dels sortejos compresos des del 1991 fins al 2008 una sèrie de curiositats i s'ha observat com es comporten respecte el que realment esperem segons el que ens diu la teoria.

Començant per les butlletes encertants, hem vist que els participants es guien molt per les supersticions, o bé creuen en la sort d'apostar un número significatiu, principalment els dies d'aniversari, compresos del 1 al 30/31. És per això que, quan als sortejos les boles surten altes hi ha menys guanyadors que quan surten baixos.

Continuem veient com es comporten les combinacions dels sortejos, i s'ha comprovat que molts cops s'han trobat patrons, com ara 2 números consecutius en sortejos seguits i s'ha comprovat que es tracta simplement de probabilitat, que no hi ha cap raó per pensar que està

Per a la recaptació, era d'esperar que hi hagués un canvi a partir de l'any 2000, quan hi va haver el canvi de l'euro. No obstant, no ha ocorregut el mateix pels mesos de l'any, es suposava que hi hauria diferències de recaptacions pels mesos d'estiu, però aquesta diferència no es nota.

En quan al premi acumulat, efectivament es compleix que quan hi ha premi acumulat els participants juguen moltes més butlletes o participen jugadors no habituals que aposten per aquest sorteig en concret.

Com a últim punt de curiositat i que potser mai ens hem parat a pensar que, de les 49 boles que té el joc de la Lotería Primitiva per apostar, hi ha més números senars que

parells. Per tant, la probabilitat, per molt petita que sigui és més alta. Això vol dir, que hi ha més possibilitats que surtin números senars que parells.

Finalment, i molt important, hem de saber que la probabilitat de guanyar el premi gros és de 1 entre 14 milions aproximadament. És molt petit, sí, però en definitiva, si no jugues a la primitiva, no tindràs ni aquesta mínima probabilitat de guanyar.

Ara tu decideixes, jo prefereixo tenir un mínim de probabilitats que tenir-ne zero.

## 7 ANNEX

### Script-R

datos

head(datos)

```
      ANY MES      DATA BOLA1 BOLA2 BOLA3 BOLA4 BOLA5 BOLA6 COMPL REINT EUROSCAT1 ENCERTCAT1
1 1991    7 1991-07-13     5    12    19    31    39    44    41     5    2000240          3
2 1991    9 1991-09-14     4    14    31    38    41    44    19     4    5763000          1
3 1991    8 1991-08-10     1     7     8    12    15    18    32     3     756206          7
4 1991   10 1991-10-17     8    19    25    33    34    38    47     5    6044150          1
5 1991    5 1991-05-09    14    21    23    26    37    44    27     0     938816          7
6 1991    7 1991-07-11     5    13    15    25    42    49    32     7    1553160          3

      EUROSCAT2 ENCERTCAT2 EUROSCAT3 ENCERTCAT3 EUROSCAT4 ENCERTCAT4 EUROSCAT5 ENCERTCAT5
1  106233.0         2    1534.060         277    45.2881         13292    3.86555    329555
2   37822.5         6    2854.530         159    64.4058         9983    6.59064    206642
3   42937.0         5    1062.800         404    35.3121        17227    4.51381    285263
4   45575.1         9    2092.730         392    45.4442        25573    5.07803    484723
5   62942.3        15    1538.710        1159    49.0696        42757    4.84994    649214
6   17800.1        22     724.514         1081    22.4010        49533    3.67347    639594

      EUROSRECAPT BOTEEUROS
1      7879265    4980202
2      8415817    4672152
3      7961527    4261268
4      15211226   4066859
5      19097948   4059238
6      14522400   2770306
```

#4.2 Probabilitat del resultat de les boles

```
> k1 <- seq(1:44)
```

```
> k2 <- seq(2:45)
```

```
> k3 <- seq(3:46)
```

```
> k4 <- seq(4:47)
```

```
> k5 <- seq(5:48)
```

```
> k6 <- seq(6:49)
```

```
> (B1 <- choose(49-k1,5)/choose(49,6))
```

```
[1] 1.224490e-01 1.096939e-01 9.802432e-02 8.736950e-02 7.766178e-02 6.883658e-02
6.083232e-02 5.359038e-02
```

```
[9] 4.705497e-02 4.117310e-02 3.589449e-02 3.117153e-02 2.695916e-02 2.321484e-02
1.989843e-02 1.697219e-02
```

```
[17] 1.440065e-02 1.215055e-02 1.019078e-02 8.492317e-03 7.028125e-03 5.773102e-03
4.704009e-03 3.799392e-03
```

```
[25] 3.039514e-03 2.406282e-03 1.883177e-03 1.455182e-03 1.108710e-03 8.315327e-04
6.127083e-04 4.425115e-04
```

```
[33] 3.123611e-04 2.147482e-04 1.431655e-04 9.203496e-05 5.663690e-05 3.303819e-05
1.802083e-05 9.010416e-06
```

```
[41] 4.004629e-06 1.501736e-06 4.290674e-07 7.151124e-08
```



```

> (B2 <- choose(k2-1,1)*choose(49-k2,4)/choose(49,6))

[1] 0.000000e+00 1.275510e-02 2.333912e-02 3.196445e-02 3.883089e-02 4.412601e-02
4.802552e-02 5.069360e-02

[9] 5.228330e-02 5.293684e-02 5.278602e-02 5.195256e-02 5.054843e-02 4.867627e-02
4.642967e-02 4.389360e-02

[17] 4.114471e-02 3.825172e-02 3.527578e-02 3.227081e-02 2.928385e-02 2.635547e-02
2.352005e-02 2.080619e-02

[25] 1.823708e-02 1.583080e-02 1.360072e-02 1.155586e-02 9.701215e-03 8.038149e-03
6.564732e-03 5.276099e-03

[33] 4.164815e-03 3.221224e-03 2.433813e-03 1.789569e-03 1.274330e-03 8.731522e-04
5.706597e-04 3.514062e-04

[41] 2.002315e-04 1.026186e-04 4.505208e-05 1.537492e-05

> (B3 <- choose(k3-1,2)*choose(49-k3,3)/choose(49,6))

[1] 0.00000000000 0.00000000000 0.0010855406 0.0030442334 0.0056825690 0.0088252019
0.0123142353 0.0160085058

[9] 0.0197828690 0.0235274835 0.0271470963 0.0305603277 0.0336989560 0.0365072023
0.0389410158 0.0409673583

[17] 0.0425634891 0.0437162503 0.0444213511 0.0446826531 0.0445114552 0.0439257782
0.0429496498 0.0416123896

[25] 0.0399478941 0.0379939210 0.0357913748 0.0333835914 0.0308156229 0.0281335224
0.0253836292 0.0226118536

[33] 0.0198629616 0.0171798599 0.0146028809 0.0121690674 0.0099114576 0.0078583700
0.0060326881 0.0044511455

[41] 0.0031236109 0.0020523725 0.0012314235 0.0006457465

> (B4 <- choose(k4-1,3)*choose(49-k4,2)/choose(49,6))

[1] 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 7.079613e-05 2.705985e-04 6.457465e-04
1.231424e-03 2.052373e-03

[9] 3.123611e-03 4.451146e-03 6.032688e-03 7.858370e-03 9.911458e-03 1.216907e-02
1.460288e-02 1.717986e-02

[17] 1.986296e-02 2.261185e-02 2.538363e-02 2.813352e-02 3.081562e-02 3.338359e-02
3.579137e-02 3.799392e-02

[25] 3.994789e-02 4.161239e-02 4.294965e-02 4.392578e-02 4.451146e-02 4.468265e-02
4.442135e-02 4.371625e-02

[33] 4.256349e-02 4.096736e-02 3.894102e-02 3.650720e-02 3.369896e-02 3.056033e-02
2.714710e-02 2.352748e-02

[41] 1.978287e-02 1.600851e-02 1.231424e-02 8.825202e-03

```

```

> (B5 <- choose(k5-1,4)*choose(49-k5,1)/choose(49,6))

[1] 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 3.146494e-06 1.537492e-05
4.505208e-05 1.026186e-04

[9] 2.002315e-04 3.514062e-04 5.706597e-04 8.731522e-04 1.274330e-03 1.789569e-03
2.433813e-03 3.221224e-03

[17] 4.164815e-03 5.276099e-03 6.564732e-03 8.038149e-03 9.701215e-03 1.155586e-02
1.360072e-02 1.583080e-02

[25] 1.823708e-02 2.080619e-02 2.352005e-02 2.635547e-02 2.928385e-02 3.227081e-02
3.527578e-02 3.825172e-02

[33] 4.114471e-02 4.389360e-02 4.642967e-02 4.867627e-02 5.054843e-02 5.195256e-02
5.278602e-02 5.293684e-02

[41] 5.228330e-02 5.069360e-02 4.802552e-02 4.412601e-02

> (B6 <- choose(k6-1,5)/choose(49,6))

[1] 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 7.151124e-08
4.290674e-07 1.501736e-06

[9] 4.004629e-06 9.010416e-06 1.802083e-05 3.303819e-05 5.663690e-05 9.203496e-05
1.431655e-04 2.147482e-04

[17] 3.123611e-04 4.425115e-04 6.127083e-04 8.315327e-04 1.108710e-03 1.455182e-03
1.883177e-03 2.406282e-03

[25] 3.039514e-03 3.799392e-03 4.704009e-03 5.773102e-03 7.028125e-03 8.492317e-03
1.019078e-02 1.215055e-02

[33] 1.440065e-02 1.697219e-02 1.989843e-02 2.321484e-02 2.695916e-02 3.117153e-02
3.589449e-02 4.117310e-02

[41] 4.705497e-02 5.359038e-02 6.083232e-02 6.883658e-02 hist(B1,breaks="Scott",col="blue")

hist(B2,breaks="Scott",col="blue")

hist(B3,breaks="Scott",col="blue")

hist(B4,breaks="Scott",col="blue")

hist(B5,breaks="Scott",col="blue")

hist(B6,breaks="Scott",col="blue")

conjunt<-c(B1,B2,B3,B4,B5,B6)

hist(conjunt,breaks="Scott",col="blue",main="Distribució empírica")

#teorica una unif~u(1..49)

dades_simulades=runif(1855*6,1,49)

hist(dades_simulades,breaks="Scott",col="blue",main = "Distribució teòrica U(1,49)")

```

### #5.1)ANÀLISI DESCRIPTIU

```
summary(datos)
```

```
par(mfrow=c(1,2))
```

```
plot(EUROSRECAPT,breaks="Scott",ylim=c(0,30000000),xlab="temps", ylab="Recaudació(€)",  
col="blue")
```

```
plot(BOTEEUROS,breaks="Scott",ylim=c(0,30000000),xlab="temps", ylab="Premi Acumulat(€)",  
col="blue")
```

### #5.2.1)ENCERTANTS

```
#SUMA
```

```
sumboles<-
```

```
datos$BOLA1+datos$BOLA2+datos$BOLA3+datos$BOLA4+datos$BOLA5+datos$BOLA6
```

```
hist(sumboles,breaks="Scott",col="blue",main="Suma total de boles")
```

```
summary(sumboles)
```

```
encertants<-ENCERTCAT1+ENCERTCAT2+ENCERTCAT3+ENCERTCAT4+ENCERTCAT5
```

```
acertantsor<-sort(encertants)
```

```
length(datos$ENCERTCAT1)
```

```
cor(encertants,sumboles)
```

```
sum(ENCERTCAT1)
```

```
sum(ENCERTCAT2)
```

```
sum(ENCERTCAT3)
```

```
sum(ENCERTCAT4)
```

```
sum(ENCERTCAT5)
```

```
plot(encertants,sumboles, col="blue",xlab="Encertants", ylab="Suma de boles")
```

```
hist(sumboles)
```

```

hist(sumboles,breaks=50,col="blue",xlab="Suma de boles", ylab="Frecuencia")

mitjana<-mean(sumboles)menormit<-0

majormit<-0

reparteix<-function(v)
{
  menormit<-0
  majormit<-0
  for (i in 1:(length(v)))
  {
    if(sumboles[i]<mitjana) {menormit<-menormit+v[i]}
    if(sumboles[i]>=mitjana) {majormit<-majormit+v[i]}
  }
  return(c(majormit,menormit))
}

colnames(datos)
reparteix(ENCERTCAT1)
reparteix(ENCERTCAT2)
reparteix(ENCERTCAT3)
reparteix(ENCERTCAT3)
reparteix(ENCERTCAT4)
reparteix(ENCERTCAT5)

(RC1<-reparteix(ENCERTCAT1)/sum(reparteix(ENCERTCAT1)))
(RC3<-reparteix(ENCERTCAT3)/sum(reparteix(ENCERTCAT3)))
(RC2<-reparteix(ENCERTCAT2)/sum(reparteix(ENCERTCAT2)))
(RC4<-reparteix(ENCERTCAT4)/sum(reparteix(ENCERTCAT4)))
(RC5<-reparteix(ENCERTCAT5)/sum(reparteix(ENCERTCAT5)))

par(mfrow=c(2,3))

plot(ENCERTCAT1,sumboles,col="blue",xlab="Encertants 1era Categoria", ylab="suma de boles")
plot(ENCERTCAT2,sumboles,col="blue",xlab="Encertants 2na Categoria", ylab="suma de boles")
plot(ENCERTCAT3,sumboles,col="blue",xlab="Encertants 3era Categoria", ylab="suma de boles")

```

```

plot(ENCERTCAT4,sumboles,col="blue",xlab="Encertants 4ta Categoria", ylab="suma de boles")
plot(ENCERTCAT5,sumboles,col="blue",xlab="Encertants 5ena Categoria", ylab="suma de boles")
matriu<-matrix(c(RC1,RC2,RC3,RC4,RC5),ncol=2,byrow=T,)
plot(seq(1:5),matriu[,1],type="l",xaxt="n",ylim=c(0.3,0.7),col="blue",xlab="", ylab="Probabilitat")
points(seq(1:5),matriu[,1],col="blue")
lines(seq(1:5),matriu[,2],col="red")
points(seq(1:5),matriu[,2],col="red")

```

### #5.2.3) RECAPTACIÓ

```

library(Rcmdr)
library(foreign, pos=15)
library(plyr)

datos$ANY <- as.factor(datos$ANY)
datos$MES <- as.factor(datos$MES)

ddply(datos, .(ANY, MES), summarize,

      mean = round(mean(EUROSRECAPT), 2),

      sd = round(sd(EUROSRECAPT), 2))

recaudacio <- ddply(datos, .(ANY, MES), summarize,

      mean = round(mean(EUROSRECAPT), 2))

plot(recaudacio$ANY, recaudacio$mean, ylim=c(0,30000000), ylab="Recaptació", col="red",
xlab="Anys", ylab="Recaptació")

plot(recaudacio$MES, recaudacio$mean, ylim=c(0,30000000), col="red", xlab="Mesos",
ylab="Recaptació")

```

### #5.2.5) PARELL I SENARS

```
#even parell
```

```
#odd senar
```

```
is.even<-function(x) x %% 2 == 0
```

```
sum(is.even(BOLA1))
```

```
sum(is.even(BOLA2))
```

```
sum(is.even(BOLA3))
```

```
sum(is.even(BOLA4))
```

```
sum(is.even(BOLA5))
```

```
sum(is.even(Bola6))
```

```
is.odd<-function(x) x %% 2 !=0
```

```
sum(is.odd(BOLA1))
```

```
sum(is.odd(BOLA2))
```

```
sum(is.odd(BOLA3))
```

```
sum(is.odd(BOLA4))
```

```
sum(is.odd(BOLA5))
```

```
sum(is.odd(BOLA5))
```

## Bibliografia

[1] Bardina i Simorra, Xavier, *Càlcul de probabilitat*, MATERIAL 139, Universitat Autònoma de Barcelona, Servei de Publicacions, Departament de Matemàtiques, Bellaterra (2004).

[2] La primitiva:

url: <http://www.loteriasypuestas.es/es>

[3] Historia de la primitiva.

url: [https://es.wikipedia.org/wiki/Loter%C3%ADa\\_Primitiva\\_de\\_Espa%C3%B1a](https://es.wikipedia.org/wiki/Loter%C3%ADa_Primitiva_de_Espa%C3%B1a)

url: <http://www.loteriasypuestas.es/es/la-Primitiva/historia-del-juego/historico-de-Primitiva>

url: <http://www.loteriasypuestas.es/es/la-Primitiva/historia-del-juego/historico-de-Primitiva>

[4] Històrics base de dades.

url: <http://www.lotoideas.com/Primitiva-resultados-historicos-de-todos-los-sorteos/> -

url: <http://www.laPrimitiva.info/historico/listado.html>

url: <http://www.miramiprimi.miraestudio.es/historico.php>

[5] Validació de dades.

url:

<http://www.loteriasypuestas.es/es/buscador?startDate=04/10/2013&gameId=04&type=search&endDate=04/01/2014>

Apostes.

url: <http://www.elcesardeljuego.com/2009/10/apuestas-multiples-loteria-Primitiva.html>

[6] Sortejos en directe.

url: <http://www.loteriasypuestas.es/es/servicios/sorteos-en-directo>

[7] 2.3 Normativa dels premis.

url: <http://www.sela.es/es/web-corporativa/normativa/normativa-de-los-juegos/la-Primitiva>

Normativa 07/08/1985:

url: <http://www.laprimitiva.info/historia/boe-7-agosto-1985-la-primitiva.pdf>

Normativa 08/08/1991

url: <https://www.boe.es/boe/dias/1991/08/08/pdfs/A26348-26353.pdf>

Normativa 16/10/2000.

url: <https://www.boe.es/boe/dias/2000/10/20/pdfs/A35977-35984.pdf>

Normativa 28/09/2012.

url:

[http://www.loteriasypuestas.es/f/loterias/documentos/mig/estaticos/mentos/Resolucion\\_15-2012\\_Modificacion\\_normas\\_La\\_Primitiva\\_28\\_9\\_12\\_d5785ec0.pdf](http://www.loteriasypuestas.es/f/loterias/documentos/mig/estaticos/mentos/Resolucion_15-2012_Modificacion_normas_La_Primitiva_28_9_12_d5785ec0.pdf)

Normativa 29/05/2015.

url:

[http://www.selaes.es/f/loterias/documentos/normativa/normativa%20SELAE/Normas%20de%20la%20Loter%C3%ADa%20Primitiva%20\(27-07-2015\).pdf](http://www.selaes.es/f/loterias/documentos/normativa/normativa%20SELAE/Normas%20de%20la%20Loter%C3%ADa%20Primitiva%20(27-07-2015).pdf)

[8] El Joker.

url: <http://www.loteriasypuestas.es/es/paginas-informativas/el-joker.info>

[9] El Marc de Joc Responsable.

url: [http://www.selaes.es/es/web-corporativa/responsabilidadsocial/\\_gestion-responsable-del-juego/juego-responsable.info](http://www.selaes.es/es/web-corporativa/responsabilidadsocial/_gestion-responsable-del-juego/juego-responsable.info)

[10] Cobrament del premi

url: <http://www.laPrimitiva.info/bases-del-juego/fiscalidad-cobro-de-premios.html>

url: <http://www.laPrimitiva.info/bases-del-juego/fiscalidad-cobro-de-premios.html>

[11] Nova normativa d'impostos

url: <http://www.impuestosparaandarporcasa.es/2013/01/las-15-respuestas-sobre-la-tributacion-de-los-premios/>

url: <https://lineagegestion.wordpress.com/2012/09/28/nuevo-impuesto-para-premios-de-loterias-y-apuestas-del-estado/>

[12] Definicions:

Termini fix. url: [https://es.wikipedia.org/wiki/Dep%C3%B3sito\\_a\\_plazo\\_fijo](https://es.wikipedia.org/wiki/Dep%C3%B3sito_a_plazo_fijo)

Tresor públic. url: [http://www.elperiodicomediterraneo.com/noticias/opinion/que-es-es-tesoro-publico\\_709069.html](http://www.elperiodicomediterraneo.com/noticias/opinion/que-es-es-tesoro-publico_709069.html)

Tributació. url: <http://www.tributos.net/tributacion-337/>

'Talisman'. url: <https://es.wikipedia.org/wiki/Talism%C3%A1n>

Base imponible: url: [https://es.wikipedia.org/wiki/Base\\_imponible](https://es.wikipedia.org/wiki/Base_imponible)

Generals de la primitiva: <http://www.loteriasypuestas.es/es/preguntas-frecuentes/nuestros-juegos/la-primitiva/como-jugar-a-la-primitiva>

[13] La superstició.

url: <http://www.loteriasypuestas.es/es/mundosuenos/supersticiones/supersticiones.info>



[14]Combinacions

url: <http://jlanunez.com/2003/12/02/probabilidad-coincidencia-loteria-Primitiva/>

url: <https://www.mensa.es/juegosmensa/s001005.html>

[15] Probabilitat per categoria:

url: <http://Primitiva.combinacionganadora.com/probabilidades/>

url: <http://www.laPrimitiva.info/bases-del-juego/probabilidades-la-Primitiva.html>

[16] Esperança de la primitiva:

url: <http://www.estadisticaparatodos.es/taller/loterias/esperanza.html>

[17] Informació interessant

Url: <http://www.siabarcelona.com/posibilidadesloteria.html>

<http://www.laPrimitiva.info/jugar-loteria-Primitiva.html>

[18] TOP TEN:

url: <http://www.adolescents.cat/noticia/20081/quina/probabilitat/tinc/em/toqui/loteria>

url: <http://www.loteriasyapuestas.es/ca/la-primitiva/historia-del-juego/historico-de-primitiva>

